

Nukleare Astrophysik: Identifizierung von r-Prozesskernen in der ^{132}Sn Gegend

Diplomarbeit im Fachbereich Physik
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

vorgelegt von

Ruben Kessler

Institut für Physik
Staudingerweg 7, 55128 Mainz
Januar 2006

JOHANNES
GUTENBERG
UNIVERSITÄT
MAINZ



1. Gutachter:

Prof. Dr. Karl-Ludwig Kratz

2. Gutachter:

PD Dr. Klaus Wendt

Zusammenfassung

In der vorliegenden Diplomarbeit wird die Analyse eines kernphysikalischen Experiments beschrieben und der Einfluss der ermittelten Daten auf den r-Prozess untersucht.

Das im Jahre 2000 an der GSI in Darmstadt durchgeführte Experiment E040 zu β -Zerfallseigenschaften von neutronenreichen Nukliden in der ^{132}Sn -Gegend wurde im Rahmen dieser Arbeit analysiert und erste Ergebnisse werden präsentiert. Darunter befinden sich die Halbwertszeiten der bislang unbekanntenen Isotope $^{137,138}\text{Sb}$, $^{139,140}\text{Te}$ und ^{143}I .

Ferner wird in einer QRPA-Parameterstudie die Kerndeformation der beiden r-Prozess-„Waiting Point“-Nuklide ^{137}Sb und ^{140}Te abgeschätzt.

In kanonischen Rechnungen wird der Einfluss der neu bestimmten Halbwertszeiten auf den klassischen r-Prozess untersucht.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	v
Motivation	1
1 Einleitung	3
1.1 Astrophysikalische Grundlagen der Nukleosynthese	3
1.1.1 Wasserstoffbrennen	6
1.1.2 Heliumbrennen	8
1.1.3 Weitere Phasen des stabilen Brennens	11
1.1.4 Der s-Prozess	12
1.1.5 Der r-Prozess	15
1.1.6 Protoneneinfangprozesse	15
1.2 Kernphysikalische Grundlagen	18
1.2.1 Der β -Zerfall	18
Formale Betrachtung des β -Zerfalls	19
β -verzögerte Neutronenemission	21
1.2.2 Massenmodelle und QRPA	22
Globale Massenmodelle - FRDM	23
QRPA	25
1.3 Experimentelle Grundlagen	27
1.3.1 Produktion exotischer Kerne	27
2 Der r-Prozess	29
2.1 Allgemeine Merkmale	29
2.2 Formale Beschreibung	31
2.2.1 Waiting Point Approximation	31
2.2.2 β -Fluss-Gleichgewicht	33
2.3 Kanonische r-Prozess-Rechnungen	34
2.4 Vergleich mit solaren Häufigkeiten	35
2.5 Astrophysikalische Szenarien	38

2.6	Jenseits des klassischen Bildes	39
3	Experiment E040 an der GSI	42
3.1	Projektilspaltung	42
3.2	Teilchenidentifikation	44
3.2.1	Bestimmung der Masse	44
3.2.2	Bestimmung der Kernladungszahl	46
3.3	Detektoren	48
3.3.1	Tracking-Silicon-Strip-Detector (TSi)	49
3.3.2	β -Detektor	50
3.3.3	Veto-Detektor	51
3.3.4	Neutronendetektor	51
3.4	Analyse der Daten	52
3.4.1	Auswertung der experimentellen Daten	52
	Identifizierung von Implantationen	52
	Identifikation von Zerfallsereignissen	52
	Korrelation von Implantation und Zerfall	53
3.4.2	Zerfallskurven	53
	Erstellung und Fit der Zerfallskurven	53
	Das Problem mit dem „Spill“	56
3.4.3	Die Maximum-Likelihood-Methode	58
	Vorgehen bei eindeutig identifizierbaren Ereignissen	58
	Beschreibung der Methode für uneindeutige Ereignisse	59
	Fehlerabschätzung der Maximum-Likelihood Methode	63
3.5	Ergebnisse des Experiments und Diskussion der Daten	65
3.5.1	Präsentation der ermittelten Halbwertszeiten	65
3.5.2	Diskussion der Ergebnisse	66
4	QRPA-Vorhersagen	69
4.1	Vergleich verschiedener Massenmodelle	69
4.2	Konsequenzen für die Halbwertszeiten	71
4.3	Abschätzung der Kerndeformation	80
5	Konsequenzen für den r-Prozess	83
6	Schlussfolgerung und Ausblick	86
A	Formeln und Abbildungen	89
A.1	FRDM Massenformel	89
A.2	Gleichungen zur Maximum-Likelihood Methode	90

A.2.1	Allgemeine Ausdrücke der Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeitsdichten	90
A.2.2	Kein gemessenes Ereignis innerhalb der Korrelationszeit	91
A.2.3	Ein gemessenes Ereignis innerhalb der Korrelationszeit	91
A.2.4	Zwei gemessene Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit	92
A.2.5	Drei gemessene Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit	93
A.3	Bestimmung der Untergrundrate	96
Danksagung		103

Abbildungsverzeichnis

1.1	Hertzsprung-Russel-Diagramm	4
1.2	Bindungsenergie pro Nukleon	6
1.3	Solare Häufigkeitsverteilung	7
1.4	Die Reaktionen der pp-Kette	8
1.5	Der Bethe-Weizsäcker-Zyklus	9
1.6	Der Tripel-Alpha-Prozess	10
1.7	Resonanzen in ^{12}C	10
1.8	Schalenstruktur eines massiven Sterns	12
1.9	s-Prozess Schema	14
1.10	Endpunkt des s-Prozess	15
1.11	Die Nuklidkarte	16
1.12	β -verzögerte Neutronenemission	22
1.13	Schema der In-Flight- und ISOL-Technik	28
2.1	Allgemeines Schema zum Ablauf des r-Prozess	30
2.2	Der r-prozess-Pfad	31
2.3	Allgemeine Bedingungen für β -Fluss-Gleichgewicht	33
2.4	Bedingungen für die drei Komponenten des r-Prozess	35
2.5	Kanonisch berechnete Häufigkeitsverteilung mit drei Komponenten	36
2.6	Der Effekt des Shell Quenching	37
2.7	Kanonisch berechnete Häufigkeitsverteilung mit 16 Komponenten	38
2.8	Vergleich der solaren Häufigkeitsverteilung mit Halo-Sternen	40
3.1	Elementverteilung aus Projektilspaltung	43
3.2	Impulsdiagramm zur Projektilspaltung	43
3.3	Detektoraufbau des FRS beim Experiment E040	44
3.4	Kalibrationen zur Teilchenidentifikation	46
3.5	Typische Teilchenidentifikationsmatrix (^{136}Sn)	47
3.6	Typische Teilchenidentifikationsmatrix (^{140}Te)	48
3.7	Schema des Detektoraufbaus in F4	49

3.8	Widerstandskette zur Positionsbestimmung im Si-Streifendetektor	50
3.9	Zerfallskurve ^{134}Sn	54
3.10	Zerfallskurve ^{137}Te	55
3.11	Struktur des Spill	56
3.12	Zerfallskurve ^{134}Sb	57
3.13	Schema analysierter Isotope	65
4.1	Vergleich verschiedener Massenmodelle anhand der Q_β -Werte	71
4.2	β -Stärkefunktion und Übergangsintensitäten des Gamow-Teller-Zerfalls von ^{137}Sb	73
4.3	Neutroneneinteilchen-Energieniveaus verschiedener Deformationen von ^{137}Sb	74
4.4	Protoneneinteilchen-Energieniveaus verschiedener Deformationen von ^{137}Sb	76
4.5	β -Stärkefunktion und Übergangsintensitäten des Gamow-Teller-Zerfalls inklusive „einfach verbotener“ Übergänge von ^{137}Sb	77
4.6	β -Stärkefunktion und Übergangsintensitäten des Gamow-Teller-Zerfalls von ^{140}Te	79
4.7	Graphischer Vergleich verschiedener Massenmodelle anhand der resultierenden Halbwertszeiten	81
4.8	Parameterstudie zur Deformation von ^{137}Sb	82
4.9	Parameterstudie zur Deformation von ^{140}Te	82
5.1	Häufigkeitsverteilung aus aktuellen, kanonischen Rechnungen	84
5.2	Häufigkeitsverteilung einzelner Komponenten mit neuen Halbwertszeiten . .	85
A.1	Einteilchen-Neutronenenergieniveaus in Abhängigkeit der Deformation . . .	97
A.2	Einteilchen-Protonenenergieniveaus in Abhängigkeit der Deformation	98

Tabellenverzeichnis

1.1	Temperaturen der einzelnen Brennphasen eines massiven Sterns	13
1.2	Die verschiedenen Übergangsmodi des β -Zerfalls	21
3.1	Resultate der Analyse des Experiments E040	67
4.1	Q_β -Werte verschiedener Massenmodelle zum Isotop ^{137}Sb	70
4.2	Q_β -Werte verschiedener Massenmodelle zum Isotop ^{140}Te	70
4.3	Vergleich der Halbwertszeiten und P_n -Werte verschiedener Massenmodelle für das Isotope ^{137}Sb	78
4.4	Vergleich der Halbwertszeiten und P_n -Werte verschiedener Massenmodelle für das Isotope ^{140}Te	80
5.1	Vergleich zuvor verwendeter und neuer Halbwertszeiten für die kanonische Rechnungen zum r-Prozess	84

Motivation

Seit je her liegt das Interesse des Menschen in der Schönheit und Faszination der Sterne. Ein klarer Nachthimmel inspirierte schon unsere Vorfahren zu vielerlei Gedanken über das Leben, das Schicksal oder den Ursprung unserer Welt.

Seit etwa einem Jahrhundert wissen wir, dass die Grundlage des Brennens und damit der stabilen Phasen eines Sterns in nuklearen Prozessen zu suchen ist. Doch die Verschmelzung von Atomkernen stellt nicht nur die ungeheure Energie bereit, die den Stern gegen die Gravitation stabilisiert und zum Leuchten bringt. Auf diese Weise bilden sich, ausgehend von Wasserstoff und Helium, alle Elemente bis hin zum Eisen.

Mitte des 20. Jahrhunderts bildete sich ein zunehmendes Verständnis für die Prozesse, die für die Formation aller chemischen Elemente, der so genannten Nukleosynthese, verantwortlich sind.

Auf dieser Frage liegt, neben der Energieproduktion, das Hauptaugenmerk der Nuklearen Astrophysik, einem interdisziplinären Gebiet von Astronomie, Kosmochemie, Astrophysik und Kernphysik.

Durch Beobachtung des Spektrums der Sonne und anderer Sterne sowie durch massenspektrometrische Analysen von Meteoriten erhält man quantitative Informationen über die relativen Vorkommen der chemischen Elemente. Diese solare Häufigkeitsverteilung bildet die Messlatte für das Verständnis der Nukleosynthese. Wie seit gut 50 Jahren bekannt ist, bilden Neutroneneinfangreaktionen die Grundlage für die Bildung der Elemente schwerer als Eisen. Ausgehend von der Asche der stellaren Brennprozesse bilden sich über langsamen (s-Prozess) und schnellen (r-Prozess) Neutroneneinfang zunehmend schwerere Elemente bis hin zu Thorium und Uran. Während der s-Prozess als gut verstanden angesehen werden kann, stellt der r-Prozess das fehlende Puzzleteil zur Reproduktion der solaren Häufigkeitsverteilung dar. Aufgrund der extremen astrophysikalischen Bedingungen verläuft der Prozesspfad über Atomkerne, die experimentell schwierig zu untersuchen und daher nur sehr mangelhaft bekannt sind.

Das im Rahmen dieser Arbeit analysierte Experiment versucht, einen weiteren Baustein für ein umfassendes Verständnis des r-Prozess zu liefern und damit bei den endgültigen Fragen der Nukleosynthese einen Schritt voran zu kommen.

Anfänglich sollen in einer astrophysikalischen Einleitung die Grundzüge der Nukleosynthe-

se, ausgehend von einem Universum nach dem Urknall, beschrieben werden. Zum besseren Verständnis der kernphysikalischen Aspekte gibt der folgende Abschnitt eine kurze Rekapitulation der Theorie des β -Zerfalls und der β -verzögerten Neutronenemission. Darauf aufbauend fasst Abschnitt 1.2.2 das „Finite Range Droplet Model“ (FRDM) und die „Quasi Particle Random Phase Approximation“ (QRPA) in ihren Grundzügen zusammen, mit deren Hilfe β -Zerfalleigenschaften experimentell unzugänglicher Kerne berechnet werden können.

Ein kurzer Überblick über die experimentellen Möglichkeiten zur Erzeugung exotischer Atomkerne schließt den Abschnitt der Einleitung ab.

Als astrophysikalische Grundlage dieser Arbeit wird der r-Prozess im Kapitel 2 in aller Ausführlichkeit beschrieben. In diesem Teil wird die Notwendigkeit der Kenntnis kernphysikalischer Daten von Isotopen fernab des „Tals der Stabilität“¹ deutlich. Die Vermehrung gesicherter kernphysikalischer Daten war das Ziel des Experiments E040, welches vor sechs Jahren an der „Gesellschaft für Schwerionenforschung“ (GSI) durchgeführt wurde. Nach einer generellen Beschreibung des Experiments in Kapitel 3 folgt eine umfassende Darstellung der Analyseprozesse, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden. Abgeschlossen wird dieses Kapitel mit der Präsentation und Diskussion der ermittelten Resultate. Unter den vorgestellten Halbwertszeiten befinden sich unter anderem die bislang unbekannt Nuklide $^{139,140}\text{Te}$, $^{137,138}\text{Sb}$ sowie $^{142,143}\text{I}$.

Ausgehend von den experimentellen Daten sind theoretische Überlegungen geeignet, eine genauere Vorstellung von den Eigenschaften der Kerne zu erhalten. Beispielhaft für ein solches Vorgehen, werden in Abschnitt 4 QRPA-Berechnungen der Gamow-Teller-Stärkefunktion für die beiden r-Prozess „Waiting Point“-Isotope ^{137}Sb und ^{140}Te präsentiert. Derartige Parameterstudien geben unter anderem erste Hinweise zur Kernform und leisten so einen Beitrag zum Verständnis der Kernstruktur in der Gegend um das doppelt magische ^{132}Sn .

In Kapitel 5 wird dann der Bogen gespannt zwischen der Kernphysik und ihrer Auswirkung auf die Astrophysik. In kanonischen Rechnungen zum r-Prozess lässt sich letztlich der Effekt der β -Zerfalleigenschaften auf die sich daraus ergebende Häufigkeitsverteilung errechnen. Der Vergleich der so berechneten Verteilung mit den im Spektrum von Sternen und Meteoriten beobachteten Elementzusammensetzungen dient als Maßstab für das Verständnis des r-Prozess. Abgeschlossen wird die Arbeit im Kapitel 6 mit einem Ausblick auf die noch offenen Schritte der Analyse und einer Perspektive für weitere Studien zum r-Prozess.

¹Bereich der Nuklidkarte, in dem die Bindungsenergie pro Nukleon der betreffenden Isotope maximal ist. Diese Kerne sind stabil gegen β -Zerfall.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Astrophysikalische Grundlagen der Nukleosynthese

Noch zu Beginn des 20. Jahrhunderts war der Ursprung und die Beschaffenheit des Universums ein großes Rätsel. über die physikalischen Prozesse, die die Sterne zum Leuchten bringen, gab es lediglich Vermutungen und von der Antwort auf die Frage, wie und wo die Elemente um uns herum entstanden sind, war man weit entfernt. Doch in den letzten hundert Jahren ist diesbezüglich viel erreicht worden.

Beobachtungen wie die von E. Hubble 1929 entdeckte Rotverschiebung der Spektren entfernter Galaxien und die kosmische Hintergrundstrahlung (Penzias und Wilson, 1964) führten auf das Standardmodell des Urknalls, welches einen Großteil der Fragen zum Ursprung des Universums beantworten kann. Es ist unter anderem in der Lage, die Elementverteilung nach dem Urknall, die die Grundlage der weiteren Nukleosynthese bildet, zu erklären.

Eine weitere wichtige Erkenntnis war der Mechanismus der Energieproduktion der Sterne. Die einzige Energiequelle, die die beobachteten Daten wie Helligkeit und Brenndauer erklären konnte, ist die Kernfusion, also die Verschmelzung von Atomkernen und das damit verbundene Freiwerden der Bindungsenergie der Kernbausteine. Damit war nicht nur der Grundstein für die Nukleare Astrophysik gelegt, sondern auch die Notwendigkeit des Verständnisses von Geburt, Leben und Tod der Sterne entstanden.

In der Frage nach der Entwicklung der Sterne wurde ein großer Fortschritt von Hertzsprung und Russel (um 1913) erzielt, die eine systematische Einordnung von Sternen nach absoluter Helligkeit und Spektralklasse (bzw. Oberflächentemperatur) der damals bekannten Beobachtungsdaten vornahmen. Dieses heute unter dem Namen Hertzsprung-Russel-Diagramm (HRD) bekannte Schema (Abb. 1.1) erlaubt, verschiedene Evolutionsstadien der Sterne zu unterscheiden und anhand der Lage des Sterns im HRD ihre aktuelle Entwicklungsphase zu bestimmen [1].

Die meisten Sterne lassen sich der so genannten Hauptreihe zuordnen, dem breiten Band,

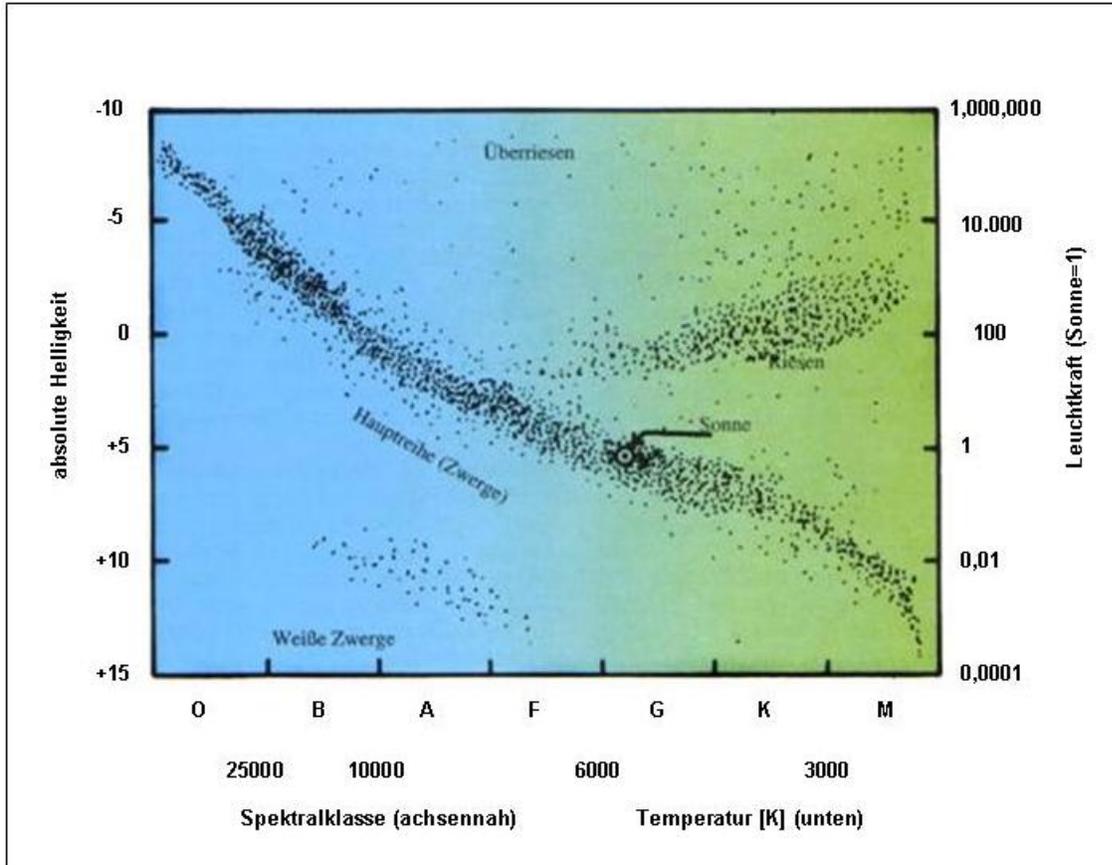


Abbildung 1.1: Das Hertzsprung-Russel-Diagramm ordnet die beobachteten Sterne nach absoluten Helligkeiten und Spektralklassen ein. Die Sterne, die auf der Hauptreihe liegen, befinden sich in der Phase des Wasserstoffbrennens. Massivere Sterne in fortgeschrittenen Brennphasen werden zu Riesen bzw. bei noch größerer Masse zu Überriesen. Unter der Hauptreihe liegen die Weißen Zwerge, in deren Zentrum kein stabiles Brennen mehr stattfindet [2].

welches das Hertzsprung-Russel-Diagramm dominiert. Hauptreihensterne, wie auch unsere Sonne, befinden sich im Stadium des Wasserstoffbrennens. Oberhalb der Hauptreihe befindet sich der Bereich der Sterne im Riesen- bzw. darüber im Super-Riesenstadium. In diesen zunehmend massereichen Sternen finden die im Folgenden beschriebenen fortgeschrittenen Brennphasen statt, was zu einer deutlichen Vergrößerung des Sterns führt. Dadurch steigt seine absolute Helligkeit bei sinkender Oberflächentemperatur. Unterhalb der Hauptreihe liegen die Weißen Zwerge, Sterne in denen keine Fusionsprozesse mehr stattfinden und die daher zunehmend sinkende absoluten Helligkeiten besitzen. Dies ist die letzte Phase in der Entwicklung massearmer Sterne ($M < 8M_{\odot}$)¹.

1957 veröffentlichten E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler and F. Hoyle den Grundstein der modernen Nuklearen Astrophysik, eine hundert Seiten umfassende Zusammenfassung der Nukleosyntheseprozesse, die die beobachteten Häufigkeiten der Elemente

¹ M_{\odot} steht für die Masse unserer Sonne

zumindest prinzipiell erklärt und heute unter dem Namen B²FH bekannt ist [3]. Diese Grundzüge der Synthese der Elemente von Wasserstoff bis Uran sei im Folgenden kurz skizziert.

Als Folge des Urknalls, einer Singularität, die das heute existierende Universum hervorbringt, entsteht hauptsächlich Wasserstoff (76%) und ⁴He (23%), sowie geringe Mengen Deuterium, ³He und ⁷Li.

Nach Abkühlen des jungen Universums bilden sich durch gravitative Zusammenballung von kosmischer Materie um statistische Dichtefluktuationen sogenannte Protosterne. In diesen Protosternen stürzt die Materie aufgrund der Gravitation zu immer größeren Dichten zusammen und heizt sich demzufolge stark auf. Sind die Energien der Kerne im Inneren der Protosterne hinreichend hoch, so können zwei Protonen die gegenseitige Coulombabstoßung überwinden und verschmelzen über mehrere Zwischenschritte zu ⁴He [4]. Dieser Prozess, der Wasserstoffbrennen genannt wird, ist die erste von mehreren möglichen Brennphasen des neu geborenen Sterns.

Nach einer langen, stabilen Phase des Wasserstoffbrennens ist der Brennstoff im Sterninneren erschöpft. Der Strahlungsdruck, der den Stern gegen die Gravitation stabilisiert hat, erlischt und ein erneutes Zusammenstürzen der Sternmaterie heizt den Stern so weit auf, bis die Fusion von ⁴He-Kernen möglich wird. Dieses sogenannte Heliumbrennen setzt, wie alle weiteren Brennphasen auch, nur dann ein, wenn der Stern die nötige Masse besitzt, um seinen Kern weit genug aufheizen zu können. Ist der Vorrat an Brennstoff für diese zweite Phase ebenfalls verbraucht, so wiederholt sich der Vorgang der Kontraktion und weiteren Aufheizung, bis die nächste Brennphase zünden kann. So werden bei hinreichend großer Masse im Sterninneren durch Fusionsreaktionen des Kohlenstoff-, Neon-, Sauerstoff- und Siliziumbrennens immer schwerere Kerne produziert, bis das Sternzentrum überwiegend aus Eisen und Nickel besteht. Betrachtet man den Verlauf der Bindungsenergie pro Nukleon stabiler Atomkerne (Abb. 1.2), so erkennt man, dass bei Kernen der Eisengruppe (Eisen, Nickel, Cobalt, ...) ein Maximum der Bindungsenergie vorliegt. Das bedeutet, dass durch die weitere Fusion von Kernen der Eisengruppe keine Energie mehr freigesetzt werden kann. Eine weitere stabile Brennphase ist also nicht mehr möglich.

Für die Synthese der Elemente schwerer als Eisen muss es also eine andere Erklärung als Kernfusion geben. Diese ist in sukzessiver Anlagerung von Neutronen zu suchen. Der s-Prozess (slow neutron capture process) und der r-Prozess (rapid neutron capture process) nutzen die Tatsache aus, dass die ungeladenen Neutronen keine Coulombabstoßung erfahren und Kerne so durch deren Anlagerung, auch schon bei relativ geringen Energien, immer schwerere Kerne bilden können. Der Vollständigkeit halber seien hier noch der **p-Prozess** und der **rp-Prozess** erwähnt, die durch Protoneinfang bzw. Photodesintegration

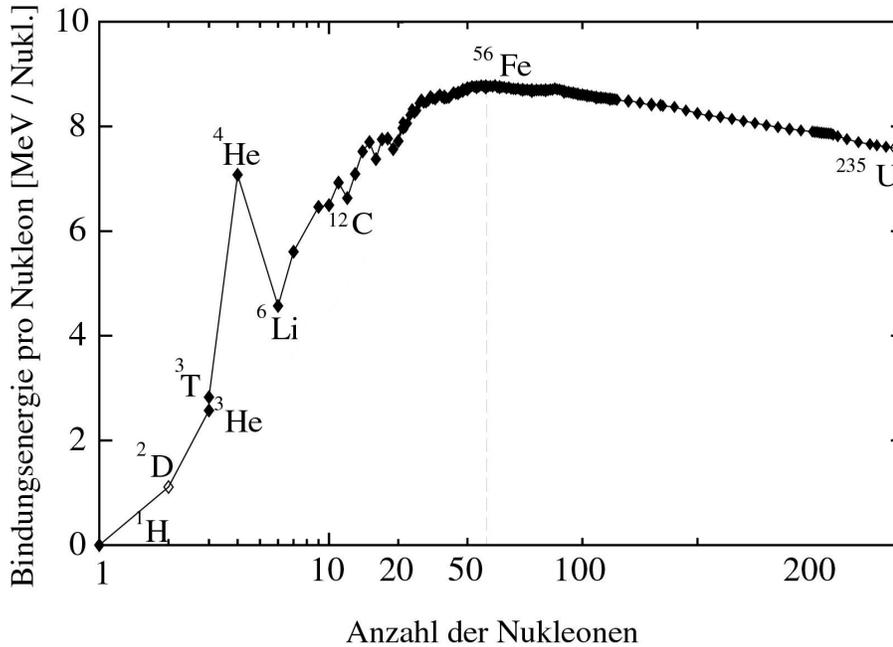


Abbildung 1.2: Bindungsenergie pro Nukleon [5].

((γ ,n)-Reaktionen) Isotope produzieren, welche von den Neutroneneinfangreaktionen nicht produziert werden können, weil sie von anderen stabilen Isotopen abgeschirmt werden. Der Anteil dieser Prozesse an der Nukleosynthese ist jedoch mit ca. 1% relativ gering.

Abbildung 1.3 zeigt zusammenfassend die relative solare Häufigkeitsverteilung der Elemente mit den jeweiligen für die Produktion verantwortlichen Prozessen. Diese Verteilung wird aus dem Emissionsspektrum eines Sterns bestimmt und bildet sozusagen die „Messlatte“ für die Vorhersagen der Nuklearen Astrophysik. Im Abschnitt über den r-Prozess im Hauptteil wird im Detail beschrieben, wie man versucht, mit Hilfe von Computersimulationen die aktuellen Theorien und Konzepte anhand der Elementverteilung zu überprüfen und immer weiter zu verbessern.

1.1.1 Wasserstoffbrennen

Ist durch Kontraktion der Gasmassen eines Protosterns dessen Zentrum auf eine Temperatur von etwa $6 \cdot 10^7 \text{K}$ aufgeheizt, so können zwei Protonen die gegenseitige Coulombabstoßung überwinden und unter Emission eines Positrons und eines Elektronenneutrinos zu einem Deuteriumkern verschmelzen. Dies ist der erste Schritt der pp-Kette [7]. (Abb.1.4). Da dieser Prozess die Umwandlung eines Protons in ein Neutron beinhaltet, was nur über eine Reaktion der schwachen Wechselwirkung möglich ist, sind die Wirkungsquerschnitte für diesen ersten Schritt der pp-Kette sehr klein. Er bildet den „Flaschenhals“ der Reaktionskette, deren Endprodukt ^4He ist. Der entstandene Deuteriumkern fusioniert mit einem weiteren Proton zu ^3He , woraufhin sich mehrere Möglichkeiten ergeben.

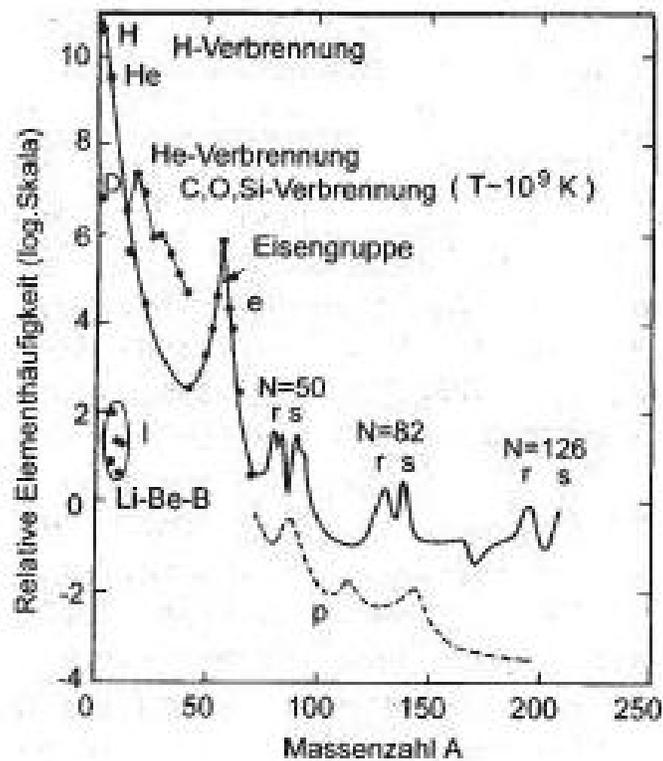


Abbildung 1.3: Solare Häufigkeitsverteilung [6].

Der größte Teil (86%) der so entstandenen ${}^3\text{He}$ -Kerne wird miteinander unter Abgabe zweier Protonen zu ${}^4\text{He}$, der nuklearen Asche des Wasserstoffbrennens, verschmelzen.

Die andere Möglichkeit ist die Verschmelzung von ${}^3\text{He}$ mit ${}^4\text{He}$ zu ${}^7\text{Be}$, welches über β^- -Zerfall und anschließenden Protoneneinfang (ppII) bzw. über Protoneneinfang und β^+ -Zerfall (ppIII) zwei Heliumkerne erzeugt.

Aufgrund der an den Reaktionen beteiligten Neutrinos, unterscheiden sich die Energieproduktionen der drei Reaktionsketten. Die effektiven Q -Werte, also der im Stern verbleibende Teil der freiwerdenden Energie, sind:

$$Q_{eff} = 26,20 \text{ MeV für Kette I}$$

$$Q_{eff} = 25,66 \text{ MeV für Kette II}$$

$$Q_{eff} = 19,17 \text{ MeV für Kette III}$$

Diese Energie trägt zum thermischen Druck des Sternenzentrums bei und wirkt dem Gravitationsdruck entgegen. Dadurch kann der Stern über viele Jahrmillionen einen stabilen Zustand annehmen.

Eine Alternative zur pp-Kette sind geschlossenen Reaktionszyklen, bei denen schwerere

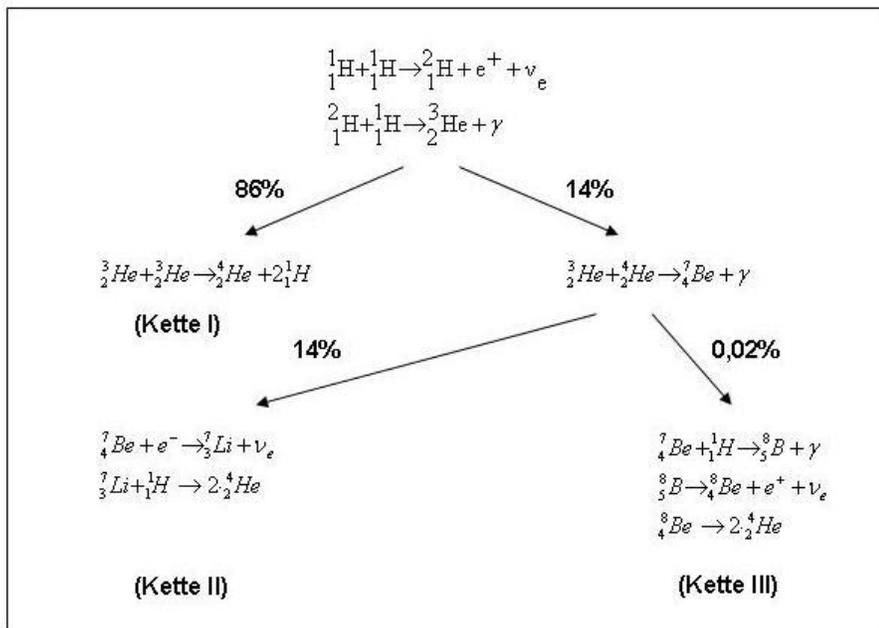


Abbildung 1.4: Die drei Reaktionen der pp-Kette [1].

Elemente aus früheren Sternengenerationen als Katalysatoren wirken. Je nach Temperatur im Zentrum des Sterns kann der Protoneneinfang schwerer Kerne deutlich höhere Wirkungsquerschnitte haben, als die Reaktionen der pp-Kette. Der wichtigste Zyklus ist der sogenannte CNO-Zyklus.

Ausgehend von ${}^{12}\text{C}$ wird über Protoneneinfänge und β^+ -Zerfälle ein geschlossener Reaktionskreislauf durchlaufen (Abb. 1.5), bei dem in der Nettobilanz ebenfalls vier Protonen zu einem ${}^4\text{He}$ -Kern verschmelzen. Die als Katalysatoren beteiligten Kerne stehen nach Durchlaufen eines vollen Zyklus wieder unverändert zur Verfügung.

Da der CNO-Zyklus bei hohen Temperaturen der dominante Prozess des Wasserstoffbrennens ist, ist er hauptverantwortlich für die Energieproduktion während der ersten Brennphase von schweren Sternen.

Weitere geschlossene Reaktionskreisläufe wie der Ne-Na-Zyklus oder der Mg-Al-Zyklus (Nebenzyklen des CNO-Zyklus) spielen für die Energieproduktion eine untergeordnete Rolle, haben aber durchaus Auswirkungen auf die genaue Isotopenverteilung.

1.1.2 Heliumbrennen

Ist nach längerer Phase des stabilen Brennens der Wasserstoffvorrat im Zentrum des Sterns soweit reduziert, dass die Rate der Fusionsreaktionen des Wasserstoffbrennens merklich zurückgeht, so kommt es in Folge des nun über den Strahlungsdruck dominierenden Gravitationsdrucks zu einer erneuten Kontraktion des Sterns. Die Gravitationsenergie der Materie wird in thermische Energie umgewandelt, während Dichte und Temperatur im

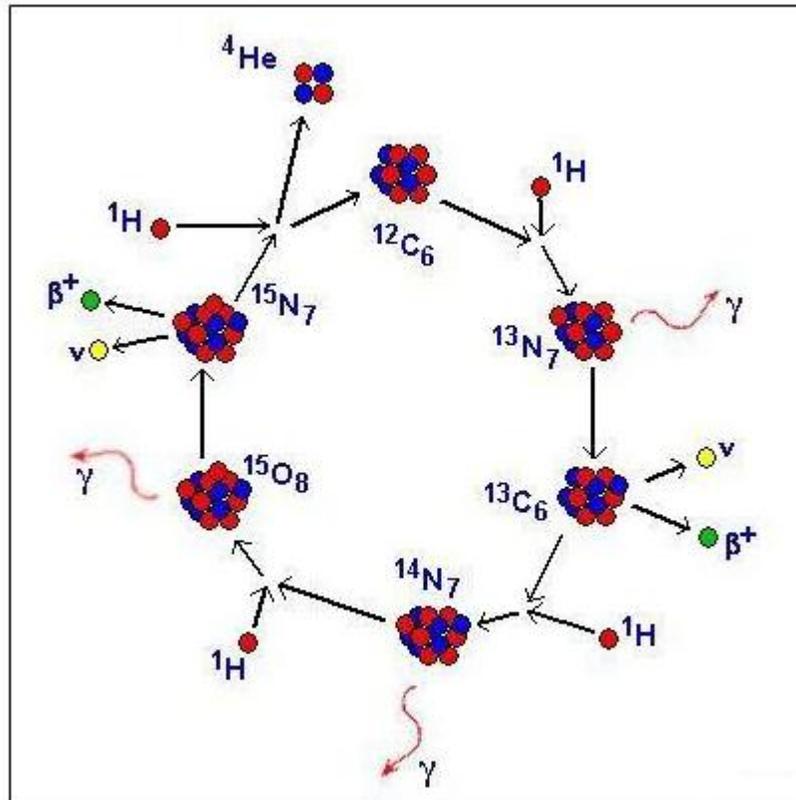


Abbildung 1.5: Der Bethe-Weizsäcker-Zyklus bildet die Hauptreaktionskette des CNO-Zyklus [8].

Inneren immer weiter ansteigen. Um den „Core“² des überwiegend aus Helium bestehenden Sterns bildet sich eine Schicht, in der der dort noch vorhandene Wasserstoff von innen nach außen zu Helium verbrennt und den Core noch weiter aufheizt [1]. Die Hülle des Sterns expandiert, um den Temperaturanstieg zu kompensieren und der Stern wird zum Roten Riesen (vgl. HRD in Abb. 1.1). Diese Expansion erhöht den Radius des Stern in manchen Fällen auf das fünfzigfache.

Ist die Coretemperatur auf $T > 10^8 \text{ K}$ angestiegen, so ist die Energie der α -Teilchen (^4He -Kerne) im Core so hoch, dass diese miteinander fusionieren können. Das Fusionsprodukt zweier Heliumkerne, ^8Be , besitzt eine Halbwertszeit von etwa 10^{-16} s . Daher können stabile Kerne nur produziert werden, wenn nahezu gleichzeitig drei ^4He -Kerne zu ^{12}C verschmelzen. Diese Reaktion wird daher Tripel- α -Prozess genannt (Abb. 1.6). Ein solches Szenario ist jedoch nur in nennenswertem Maße möglich, weil die Reaktion $^8\text{Be} + \alpha \rightarrow ^{12}\text{C} + \gamma$ bei den Energien, wie sie in der Phase des Heliumbrennens in Roten Riesen vorliegen, eine ausgeprägte Resonanz aufweist. ^{12}C hat bei 7,644 MeV einen angeregten 0^+ -Zustand, der zu einem geringen Anteil elektromagnetisch in den 2^+ -Zustand bei 4,439 MeV zerfällt. Man

²Um Verwechslungen mit dem Atomkern auszuschließen wird in dieser Arbeit für den Zentralbereich eines Sterns das, auch in deutscher Sprache zunehmend gebräuchliche, Wort Core verwendet.

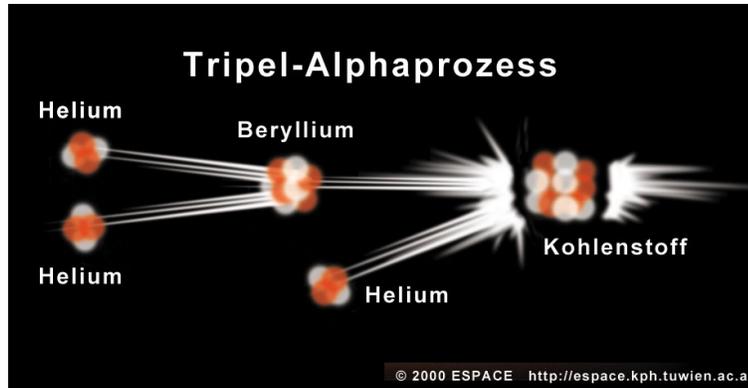


Abbildung 1.6: Der Tripel-Alpha-Prozess bildet die Startreaktion und den Flaschenhals des Heliumbrennens. [9]

könnte also sagen, dass diese Resonanz, die erst das Überwinden der Stabilitätslücken³ bei $A=8$ möglich macht, die Grundlage für die hohen Häufigkeiten von ^{12}C und auch ^{16}O darstellt, auf die das Leben auf der Erde basiert.

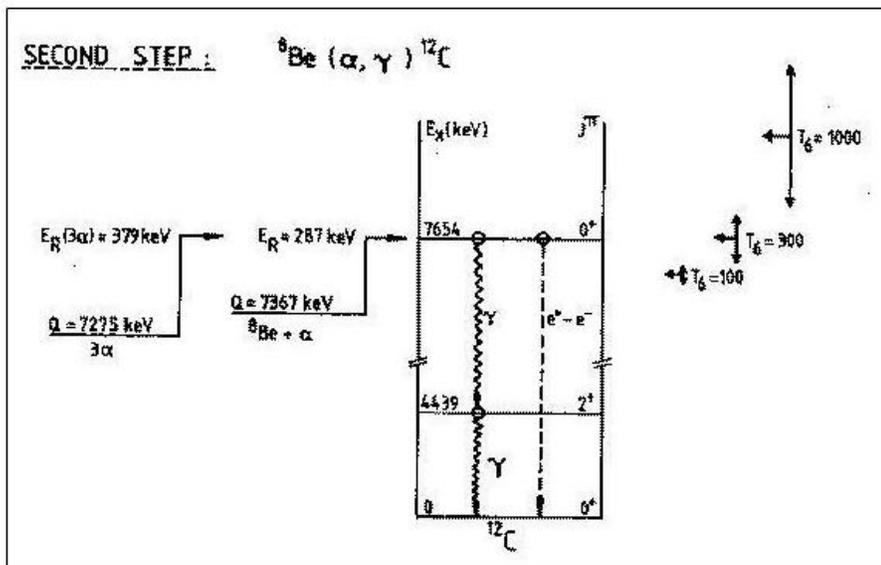


Abbildung 1.7: Der angeregte Zustand bei einer Energie von 7654 keV im ^{12}C -Kern sorgt für einen resonanten Anstieg des Wirkungsquerschnitts für eine Fusion von ^8Be mit ^4He [7].

Fängt das entstandene ^{12}C ein weiteres α ein, so entsteht ^{16}O . Diese Reaktion wird durch die Tatsache unterstützt, dass ^{16}O in der Nähe der in Roten Riesen herrschenden Temperaturen Resonanzen besitzt, die die Wirkungsquerschnitte gerade so weit erhöhen, dass sich im Universum ein Häufigkeitsverhältnis Kohlenstoff zu Sauerstoff von 0,6 einstellt. Ein weiteres Einfangen eines α 's zu ^{20}Ne hat keine Resonanzen, sodass der weitere Aufbau schwerer Kerne in der Phase des Heliumbrennens an dieser Stelle nicht weiter begünstigt

³Es existieren keine stabilen Nuklide mit den Massenzahlen $A=5$ und $A=8$.

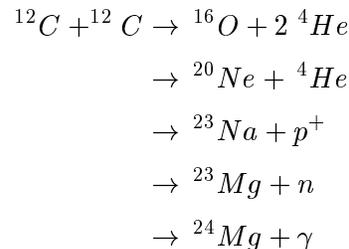
ist und daher nur in geringem Maße auftritt.

Am Beispiel des Heliumbrennens lässt sich sehr gut verdeutlichen, welchen enormen Einfluss kernphysikalische Eigenschaften auf die Nukleosynthese und damit auf die Entwicklung des Lebens auf unserem Planeten haben.

1.1.3 Weitere Phasen des stabilen Brennens

Für Sterne mit einer Gesamtmasse von weniger als acht Sonnenmassen ist das Heliumbrennen das letzte Brennstadium, da die nötigen Temperaturen für die Fusion schwerer Kerne nicht erreicht werden können. Solche Sterne verlieren durch starke Sternwinde während ihres Rote-Riesen-Stadiums bzw. bei schlagartigen Explosionen der äußere Schalen an dessen Ende ihre Hülle. Zurück bleibt ein Kern mit maximal 1,4 Sonnenmassen, der auf Grund der Gravitation stark schrumpft und als Weißer Zwerg (vgl. Abb. 1.1) endet.

Sterne mit einer Masse größer als 8 Sonnenmassen dagegen erreichen in ihrem Zentrum Temperaturen von ca. 10^9 K, die ausreichen, um die nächste Brennstufe, das Kohlenstoffbrennen, zu zünden. Hier fusionieren zwei ^{12}C -Kerne zu einem angeregten Zustand von ^{24}Mg . Dieser zerfällt unter Emission verschiedener Teilchen (p, n, α , γ) und produziert so Kerne der Elemente Neon, Natrium, Magnesium, usw..



Eine hinreichend große Masse vorausgesetzt, durchläuft der Stern nun die Phasen des Neon-, Sauerstoff- und Siliziumbrennens und baut so immer schwerere Kerne auf. Aufgrund der stets steigenden Coulombbarrieren nimmt die Temperatur dabei ständig zu. Tabelle 1.1 zeigt einen Überblick der verschiedenen Brennphasen mit den zugehörigen, für das Einsetzen der Fusion notwendigen, Temperaturen ($T_9 = 10^9$ K) für einen Stern der Masse $25 M_{\odot}$.

Bemerkenswert sind an dieser Stelle die Brenndauern der jeweiligen Phasen, die von mehreren Millionen Jahren des Wasserstoffbrennens bis zu einem Tag für das Siliziumbrennen variieren. Ein Stern, der alle Phasen des nuklearen Brennens durchlaufen hat, besitzt schließlich eine Schalenstruktur. In den Schalen um den Eisen-Nickel-Kern finden die jeweils vorherigen Brennphasen statt. Die äußerste Hülle besteht aus noch unverbranntem Wasserstoff. Da durch die weitere Fusion von Eisen und Nickel keine Energie mehr her-

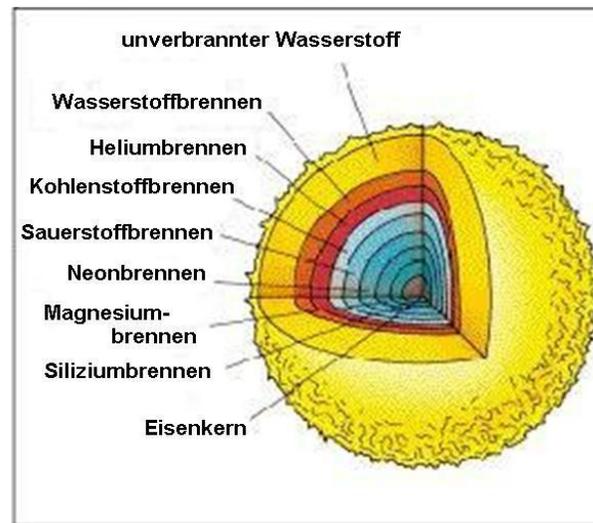


Abbildung 1.8: Zwiebelschalenstruktur eines massiven Sterns am Ende des Siliziumbrennens [10].

gestellt werden kann (vgl. Abb. 1.2), wird der Zentralbereich immer weiter komprimiert. Das Siliziumbrennen der direkt darüberliegenden Schale fügt dem Kern mehr und mehr Eisen zu, bis der Elektronendruck, der bislang noch den Kern gegenüber dem Gravitationsdruck stabilisiert hat, unterliegt. Demzufolge kollabiert der Kern und die in Richtung des Zentrums stürzenden Schalen werden an dem massiven Kern, dessen Dichte vergleichbar mit der Dichte von Atomkernen ist, reflektiert. Dieses Szenario einer Supernova Typ II sprengt die Hülle des Sterns in den Weltraum. Der gigantische Druck der auf dem Kern lastenden Massen führt zu einer Neutronisierung der Materie: Elektronen werden in Protonen hineingedrückt und zurück bleibt ein Neutronenstern, ein Objekt mit einer Masse vergleichbar mit der unserer Sonne, aber einem Radius von gerade mal zehn Kilometern. In sehr massiven Sternen kann der Gravitationsdruck sogar auch den Entartungsdruck der Neutronen übersteigen. Die Folge ist ein Schwarzes Loch, eine Singularität in der auf Grund der enormen Gravitation die Raumzeit so stark gekrümmt ist, dass nicht einmal Licht entfliehen kann.

1.1.4 Der s-Prozess

Aufgrund der großen Coulombbarrieren und vor allem des bereits angesprochenen Maximums der Bindungsenergie pro Nukleon in der Eisengegend ($A \simeq 56$) ist die nennenswerte Synthese schwerer Elemente durch Fusionsreaktionen geladener Teilchen an dieser Stelle

Tabelle 1.1: Typische Temperaturen und Brenndauern der einzelnen Phasen eines Sterns mit $M = 25 M_{\odot}$ [1].

Nukleare Brennphasen	Temperaturen (T_9)	Dauer der einzelnen Brennphasen
Wasserstoffbrennen	0,06	$7 \cdot 10^6$ Jahre
Heliumbrennen	0,23	$5 \cdot 10^5$ Jahre
Kohlenstoffbrennen	0,93	600 Jahre
Neonbrennen	1,7	1 Jahr
Sauerstoffbrennen	2,3	6 Monate
Siliziumbrennen	4,1	1 Tag

nicht weiter möglich. Eine Alternative bilden Neutroneneinfangreaktionen.

Ungefähr die Hälfte der Elemente schwerer als Eisen entstehen durch den so genannten „slow neutron capture process“ (s-Prozess). Ausgehend von einem konstanten Neutronenfluss fangen die zuvor durch stellare Fusionsprozesse gebildeten Atomkerne sukzessiv Neutronen ein und erhöhen so ihre Masse. Als Charakteristikum des s-Prozesses sind die β -Zerfallszeiten der auf diese Weise entstehenden instabilen Isotope im Allgemeinen deutlich kürzer als die Zeiten für einen weiteren Neutroneneinfang, sodass ein β -instabiles Nuklid in ein stabiles Isotop zerfällt, bevor es ein weiteres Neutron einfängt. Dadurch verläuft der s-Prozesspfad im „Tal der Stabilität“. Um die beobachteten Häufigkeiten zu erklären, geht man von drei verschiedenen Beiträgen aus. Die schwache Komponente des s-Prozess, die verantwortlich für die Synthese der s-Prozesshäufigkeiten unterhalb des Kr-Rb-Sr-Peaks ($A=85$) ist, findet bei einer Temperatur von ca. $4 \cdot 10^8$ K während des Heliumbrennens im Kern von massereichen Sternen ($M \approx 25 M_{\odot}$) statt [11]. Die Hauptneutronenquelle ist in diesem Fall die Reaktion $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$.

Die Hauptkomponente baut Elemente von $A > 90$ bis hin zu Blei ($A \leq 208$) auf und hat ihren Ursprung in der Helium- und Wasserstoffschalenbrennphase von Sternen kleinerer und mittlerer Masse ($M = 1,5 - 8 M_{\odot}$) des so genannten „Asymptotischen Riesenast“ (AGB-Sterne). Diese Region im Hertzsprung-Russel-Diagramm wird von Sternen bevölkert, die am Ende ihrer Heliumbrennphase angelangt sind [12]. In diesen Szenarien sind die Temperaturen mit ca. $2 \cdot 10^8$ K geringer als im obigen Fall, mit der Folge, dass bei solchen Bedingungen die Reaktion $^{13}\text{C}(\alpha, n)^{16}\text{O}$ den Hauptbeitrag zum Neutronenfluss liefert.

Der Vollständigkeit halber wird hier auch noch die starke Komponente genannt, die für den Aufbau von ca. 50% des Vorkommens von ^{208}Pb benötigt wird. Favorisiertes Szenario sind ^{13}C -Taschen in massereichen AGB-Sternen.

Typische Neutronendichten für den s-Prozess liegen im Bereich von $n_n \approx 10^8 \text{ n/cm}^3$ und die Zeit zwischen zwei Neutroneneinfängen beträgt typischerweise zwischen 1 und 10 Jahren.

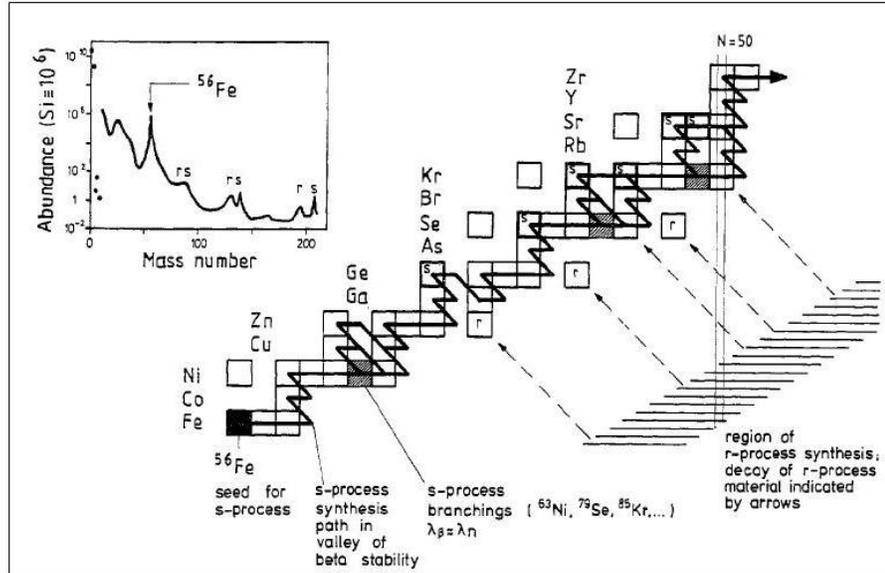


Abbildung 1.9: Schematische Abbildung des s-Prozesses. Speziell markiert sind die so genannten „Branching Points“. Des Weiteren erkennt man einige ausschließlich durch den r-Prozess zu bildende Isotope. Der Ausschnitt oben links zeigt die solare Häufigkeitsverteilung [13].

Der s-Prozess endet bei ^{210}Po , wo ein α -Zerfall zu einem geschlossenen Kreis führt (Abb. 1.10).

Die scharfen Peaks in der s-Prozess-Häufigkeit N_s (vgl. Abb. 1.9) bei magischen Neutronenzahlen lassen sich über an diesen Stellen stark reduzierte Wirkungsquerschnitte für Neutroneneinfang σ_n erklären. Im Allgemeinen findet man den folgenden Zusammenhang zwischen Neutroneneinfangquerschnitt eines Isotopes und seiner s-Prozesshäufigkeit: [13]

$$\sigma_n \cdot N_s \approx \text{const} \quad (1.1)$$

Da die für den s-Prozess relevanten Isotope direkt am „Tal der Stabilität“ liegen und daher aufgrund ihrer Langlebigkeit im Allgemeinen experimentell gut zugänglich sind, konnten die großen Fragen dieses Nukleosyntheseprozesses bereits beantwortet werden. Von besonderem Interesse bleiben jedoch Verzweigungen (Branching Points), an denen β -Zerfallszeiten und Neutroneneinfangszeiten in die gleiche Größenordnung kommen, was zu einer Verästelung des Prozesspfades führt. An diesen Stellen ist der genaue Prozesspfad und damit die daraus folgende Häufigkeitsverteilung stark von den stellaren Bedingungen und vor allem von den kernphysikalischen Größen abhängig. Je genauer man die Neutroneneinfangquerschnitte dieser „Branching Points“ (vgl. Abb. 1.9) bestimmen kann, desto verlässlichere Aussagen lassen sich über die im s-Prozess herrschenden Neutronendichten machen [11]

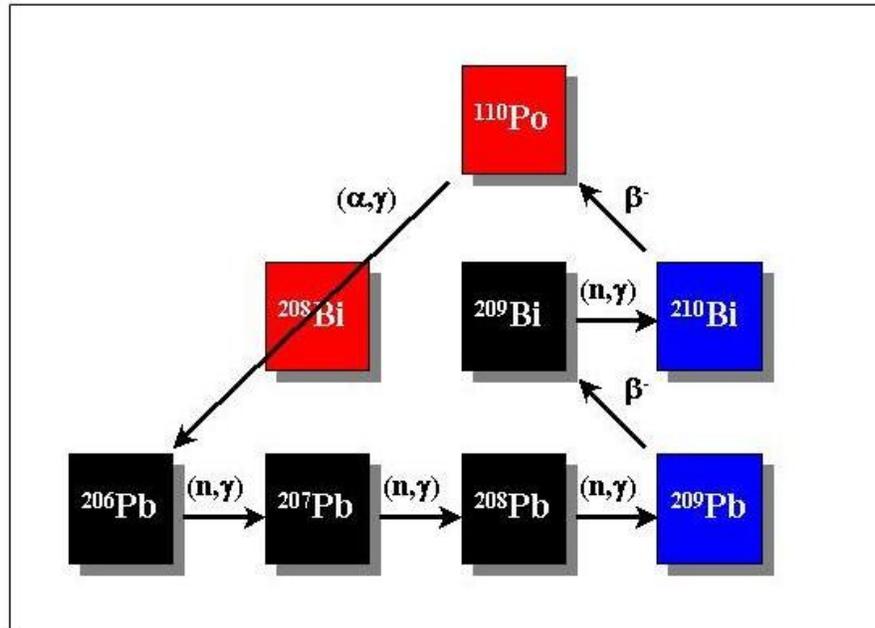


Abbildung 1.10: Der s-Prozess endet in einem geschlossenen Kreislauf von Neutroneneinfängen, sowie β^- - und α -Zerfällen in der Gegend um ^{209}Bi .

1.1.5 Der r-Prozess

Vergleichbar bedeutend für die Produktion schwerer Elemente ist der „rapid neutron capture process“ (r-Prozess). Da er die astrophysikalische Motivation dieser Arbeit darstellt, wird er in aller Ausführlichkeit im Hauptteil beschrieben (s. Kapitel 2)

1.1.6 Protoneneinfangprozesse

Auch wenn die Synthese des überwiegenden Teils der Elemente schwerer als Eisen durch Neutroneneinfangreaktionen erklärt werden kann, so zeigt bereits ein Blick auf die Nuklidkarte (Abb. 1.11), dass einige stabile Isotope einen anderen Ursprung haben müssen. Diese so genannten „p-only“ Isotope werden von stabilen Kernen in ihrer direkten Umgebung so abgeschirmt, dass sie nicht das Resultat von β^- -Zerfällen nach Neutroneneinfang sein können.

Bereits in den Fünfziger Jahren schlugen B²FH [3] einen Protoneneinfangprozess, den so genannten p-Prozess, vor, um die 35 stabilen p-only Isotope zu produzieren, deren Häufigkeiten um ein bis zwei Größenordnungen unter dem Vorkommen der durch den s- bzw. den r-Prozess gebildeten Kerne liegt. Man geht davon aus, dass (p,γ) , (α,γ) und (γ,n) Reaktionen Saatkerne, die zuvor durch Neutroneneinfänge gebildet wurden, in Richtung eines höheren Protonenverhältnisses hin aufbauen. Während für leichtere Kerne noch (p,γ) und (α,γ) eine signifikante Rolle spielen, so führen steigende Kernladungen und damit wachsende Coulombbarrieren dazu, dass die schwereren protonenreichen Isotope überwiegend

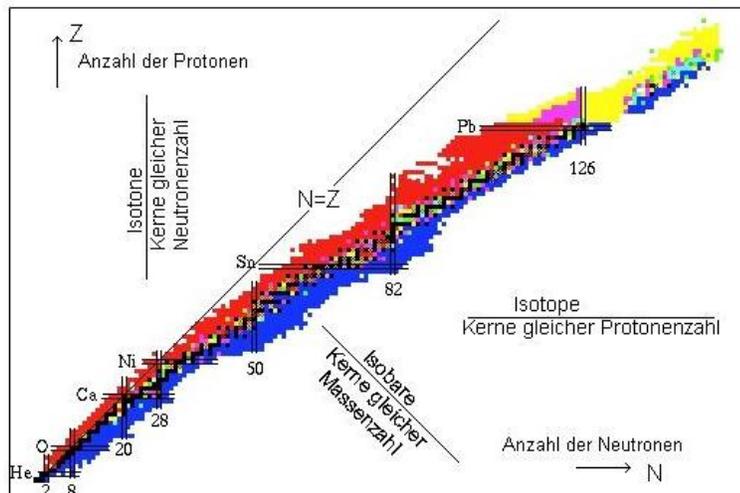


Abbildung 1.11: Die Nuklidkarte ordnet alle Isotope in Abhängigkeit ihrer Protonen- und Neutronenzahl an.

durch Photodesintegrationsreaktionen (γ , n) entstehen [14].

Nachdem die Temperaturen und Protonenflüsse in den astrophysikalischen Schauplätzen des p-Prozesses zurückgehen, führen β^+ -Zerfälle letztlich auf die stabilen Isotope. Modellrechnungen von Supernova Typ Ia und Typ II Explosionen, bei denen Temperaturen von $T_9 \simeq 1 - 3$ und hohe Protonendichten angenommen werden, führen für $A > 100$ zu guten Übereinstimmungen mit den beobachteten Häufigkeiten [15]. Für kleinere Massen, speziell für die Isotope Mo und Ru, erhält man jedoch deutliche Unterproduktionen.

Zur Lösung dieses Problems wurde in jüngerer Vergangenheit der sogenannte rp-Prozess (Rapid Proton Capture Process) vorgeschlagen. In explosiven Szenarien kommt es, vergleichbar mit dem r-Prozess (vgl. Kapitel 2) auf der neutronenreichen Seite, zu einer Folge schneller Protoneneinfänge. Auf einer Zeitskala von 10-100 Sekunden verläuft der rp-Prozess entlang der Protonenabbruchkante, also dem Bereich der Protonenbindungsenergie, in dem durch Hinzufügen eines weiteren Protons kein gebundener Zustand mehr erreicht werden kann.

Als astrophysikalisches Szenario scheinen sogenannte X-Ray Bursts die benötigten Bedingungen bereitstellen zu können. Diese Explosionen, die hauptsächlich durch Beobachtung der emittierten Röntgenstrahlung untersucht werden können, finden auf Neutronensternen von binären Sternsystemen⁴ statt. Ein, als Folge einer Supernova zurückbleibender, Neutronenstern akkretiert Material von seinem Begleiter und sammelt diese auf seiner Oberfläche an. Die mit wachsender Ansammlung von Masse steigenden Temperaturen sorgen in periodischen Zeitabständen zu einem explosionsartigen Wasserstoffbrennen auf der Oberfläche des Neutronensterns.

In dieser explosiven Umgebung geht man ebenfalls von einem „Waiting Point“-Konzept

⁴System zweier um einander rotierender Sterne

mit einem in diesem Falle $(p,\gamma)\rightleftharpoons(\gamma,p)$ -Gleichgewicht (ausführliche Beschreibung im Kapitel 2) aus [16].

Auch hier sind verlässliche Aussagen aufgrund der fehlenden experimentellen Daten schwierig. Aber prinzipiell besteht durchaus Optimismus, dass die Unterproduktion von Mo und Ru, sowie die Beobachtungen der periodischen Röntgenpulse auf dem hier angedeuteten Weg erklärt werden können.

1.2 Kernphysikalische Grundlagen

1.2.1 Der β -Zerfall

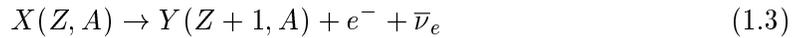
Der β -Zerfall ist ganz allgemein ein Kernumwandlungsprozess, bei dem ein Atomkern unter Ausnutzung der schwachen Wechselwirkung sein Protonen- zu Neutronenverhältnis in Richtung eines energetisch günstigen Zustandes verschiebt. Man unterscheidet drei Fälle:

1. β^- -Zerfall

Im Falle neutronenreicher Isotope kann die Gesamtenergie eines Kerns dadurch reduziert werden, dass sich ein Neutron unter Aussendung eines Elektrons und eines Anti-Elektronneutrinos in ein Proton umwandelt:



Der Kern erhöht damit seine Protonenzahl unter Beibehaltung seiner Massenzahl, um eins:



2. β^+ -Zerfall

Umgekehrt kann im Falle protonenreicher Kerne ein Proton unter Aussendung eines Positrons und eines Elektronneutrinos in ein Neutron umgewandelt werden:



Das Verhältnis der Nukleonen ändert sich nun zugunsten der Neutronen.

In beiden Fällen handelt es sich um einen Drei-Teilchen-Zerfall, bei dem sich Energie und Impuls auf Elektron (Positron) und (Anti-) Neutrino aufteilen, sodass das Elektronenspektrum eine kontinuierliche Verteilung zeigt. Diese Prozesse sind jedoch nur möglich, wenn die Differenz zwischen Mutter und Tochter mindestens zwei Elektronenmassen beträgt:

$$Q = (M_Z - M_{Z-1} - 2m_e) * c^2 > 0 \quad (1.5)$$

wobei Q die maximal freiwerdende Zerfallsenergie bezeichnet.

3. Elektroneneinfang („Electron Capture“, EC)

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, ein Elektron aus der Atomhülle einzufangen. Ein Proton wechselwirkt mit diesem Elektron, im Allgemeinen aus einem s-Orbital, da diese die größte Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Bereich des Kerns haben, und wird unter

Neutrinoemission in ein Neutron umgewandelt:



Diese Reaktion erfolgt immer dann, wenn die notwendige Energie zweier Elektronenmassen nicht aufgebracht werden kann, sodass ein β^+ Zerfall unmöglich ist. Die Energiebilanz ist:

$$Q = (M_Z - M_{Z-1}) * c^2 > 0 \quad (1.7)$$

Im Gegensatz zu 1.) und 2.) ist beim Elektroneneinfang das emittierte Neutrino monoenergetisch. Außerdem lässt sich Sekundärstrahlung in Form eines Röntgenquants beobachten, die bei Rekombination des freigewordenen Hüllenniveaus entsteht.

Formale Betrachtung des β -Zerfalls

Fasst man den β -Zerfall grundsätzlich als eine aus zwei Prozessen aufgebaute Reaktion auf, so ergibt sich der folgende Hamiltonoperator [17]:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \sum_k g_k (\bar{\Psi}_p \Omega_k \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \Omega_k \Psi_{\bar{\nu}}) d\tau \quad (1.8)$$

Die Ψ 's bezeichnen die Wellenfunktionen von Proton, Neutron, Elektron und Antineutrino, Ω ist der Diracoperator für den Übergang und die verschiedenen Koeffizienten g_k bestimmen den Beitrag des jeweiligen Terms zur Gesamtfunktion. Integriert wird über das gesamte Kernvolumen. Nach der Dirac-Theorie tragen von allen möglichen Transformationseigenschaften nur die vektoriellen und die axial-vektoriellen Transformationen bei. Des weiteren muss man berücksichtigen, dass Neutrinos grundsätzlich nur in einer Spinrichtung relativ zu ihrem Impuls emittiert (Helizität) werden. Formal geschieht dies mit Hilfe eines Projektionsoperators $P = (1 + \gamma_5)$ der, auf die Neutrino wellenfunktion angewendet, nur noch eine Spinorientierung zulässt.

Damit gilt für den Hamiltonoperator:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \sum_k g_V (\bar{\Psi}_p \Omega_V^k \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \Omega_V^k \Psi_{\bar{\nu}}) + g_A (\bar{\Psi}_p \Omega_A^k \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \Omega_A^k \Psi_{\bar{\nu}}) d\tau \quad (1.9)$$

wobei g_V und g_A die vektoriellen bzw. axial-vektoriellen Kopplungskonstanten bezeichnen. Die beiden realistischen Annahmen:

- Konstanz der Leptonenwellenfunktion über das Kernvolumen
- nichtrelativistische Näherung der Nukleonenwellenfunktion

führen zu den sogenannten „erlaubten“ Übergängen, in denen nur noch die beiden Matri-

xelemente

$$M_F = \int g_V (\bar{\Psi}_p \mathbb{1} \Psi_n) d\tau \quad \text{Fermie-Matrixelement}$$

$$M_{GT} = \int g_A (\bar{\Psi}_p \bar{\sigma} \Psi_n) d\tau \quad \text{Gamow-Teller-Matrixelement}$$

auftreten. Der Einheitsoperator $\mathbb{1}$ im Fermie-Matrixelement hat zur Folge, dass sich für solche übergänge Spin und Parität der beteiligten Wellenfunktionen nicht ändern. Man erhält die Auswahlregeln $\Delta I = 0$, $\Delta \Pi = 0$.

Im Gegensatz dazu führt der Spinoperator σ im Gamow-Teller-Matrixelement zu einer änderung der z-Komponente des Spins von $+1/2$ auf $-1/2$ und es ergeben sich die Auswahlregeln $\Delta I = 0$ und 1 (keine $0 \rightarrow 0$ übergänge), $\Delta \Pi = 0$. Aus Gründen der Drehimpulserhaltung muss daher beim Gamow-Teller-übergang der Spin der beiden Leptonen parallel stehen.

Erlaubte β -übergänge sind nach dem oben Beschriebenen solche, bei denen mindestens eines der beiden Kernmatrixelemente M_F bzw M_{GT} nicht verschwindet, damit das Quadrat des gemittelten übergangsmatrixelementens

$$|H_{fi}|^2 = |M_{fi}|^2 = g_V^2 M_F^2 + g_A^2 M_{GT}^2 \quad (1.10)$$

einen endlichen Wert hat.

Sind die oben eingeführten Beschränkungen nicht erfüllt, so verschwinden die Leptonenwellenfunktionen. Formal besteht die Annahme einer konstanten Neutrino-Wellenfunktion darin, die Entwicklung selbiger in eine ebene Welle:

$$\Psi_\nu(r) = e^{ikr} = 1 + kr + \dots \quad (1.11)$$

bereits vor dem linearen Glied abzurechnen. Muss man den linearen Term berücksichtigen, um ein Verschwinden des übergangsmatrixelements zu vermeiden, so spricht man von einem „einfach verbotenen übergang“. Reicht dies auch noch nicht und man nimmt den quadratischen Term hinzu, dann ist der übergang „zweifach verboten“ usw.

Nach der Fermi-Theorie ergibt sich für die Zerfallswahrscheinlichkeit λ_{fi} für einen β -Zerfall aus dem Grundzustand i (initial) des Mutternuklids in einen angeregten Zustand f (final) des Tochternuklids mit der Anregungsenergie E :

$$\lambda_{fi} = \frac{g_V^2 M_F^2 + g_A^2 M_{GT}^2}{b} * f(Z, \epsilon_0) \quad (1.12)$$

b ist hier die Konstante $b = \frac{\hbar^7 2\pi^3}{m^5 c^4}$.

Die Abhängigkeit der β -Zerfallsraten von der Kernladungszahl Z sowie von der Zerfallsenergie $\epsilon = (Q_\beta - E)$ wird durch die Fermiefunktion $f(Z, \epsilon_0)$ beschrieben. Mit der bekannten

Tabelle 1.2: Die verschiedenen Übergangsmodi und zugehörigen $\log ft$ -Werte des β -Zerfalls [18].

Art des Übergangs	ΔI	Parität	$\log ft$
übererlaubt	0 \pm 1	(+)	2,7 - 3,7
Erlaubt	0 \pm 1	(+)	4 - 6
Einfach verboten	0 \pm 1	(-)	6 - 10
Einfach verboten („unique“)	\pm 2	(-)	7 - 10
Zweifach verboten	\pm 2	(+)	11 - 14
Dreifach verboten	\pm 3	(-)	17 - 19
Vierfach verboten	\pm 4	(+)	\simeq 19

Beziehung $\lambda_{fi} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, die die Zerfallswahrscheinlichkeit eines bestimmten Zerfallskanals λ_{fi} mit deren Halbwertszeit $T_{1/2}$ verknüpft, erhält man:

$$f(Z, \epsilon_0) \cdot T_{1/2} \equiv ft = \frac{b \cdot \ln 2}{g_V^2 M_F^2 + g_A^2 M_{GT}^2} = \frac{b \cdot \ln 2}{|M_{fi}|^2} \quad (1.13)$$

Der sogenannte ft -Wert (bzw. der $\log ft$ -Wert) erlaubt eine Klassifizierung verschiedener β -Zerfälle nach ihrem „Verbotenheitsgrad“. Je größer der $\log (ft)$ -Wert, desto verbotener ist der Übergang (vgl. Tabelle 1.2).

Desweiteren bezeichnet man das Kernmatrixelement $|M_{fi}|^2$ auch als β -Stärkefunktion:

$$S_\beta(E) = |M_{fi}|^2 = \frac{1}{f(Z, \epsilon_0) T_{1/2}} \quad (1.14)$$

Die integrale Halbwertszeit für ein β -instabiles Isotop erhält man durch Aufsummieren der Zerfallswahrscheinlichkeiten aller individueller Zerfallskanäle:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\sum_f \lambda_{fi}} \quad (1.15)$$

woraus mit Gleichung 1.13 folgt:

$$T_{1/2} = \frac{b \cdot \ln 2}{\sum_f S_\beta f(Z, \epsilon_0)} = \frac{b \cdot \ln 2}{\sum_f |M_{fi}|^2 f(Z, \epsilon_0)} \quad (1.16)$$

β -verzögerte Neutronenemission

Ist der Tochterkern nach einem β -Zerfall in einem sehr angeregten Zustand, so kann es zu einer sogenannten β -verzögerten Neutronenemission kommen. Abbildung 1.12 veranschaulicht diesen Prozess der Teilchenemission, der als zweistufig beschrieben werden kann.

Ein Ausgangskern zerfällt unter Aussendung eines Elektrons (und eines Antineutrinos) in

einen angeregten Zustand des entsprechenden Tochterkerns. Liegt die Anregungsenergie der Tochter höher als die Neutronenbindungsenergie, so wird der Kern einen Teil seiner Anregungsenergie bevorzugt durch Emission eines Neutrons abgeben. Insgesamt entsteht also aus dem Ausgangskern (Z,A) ein Endkern $(Z+1, A-1)$ der benachbarten Isobarenkette.

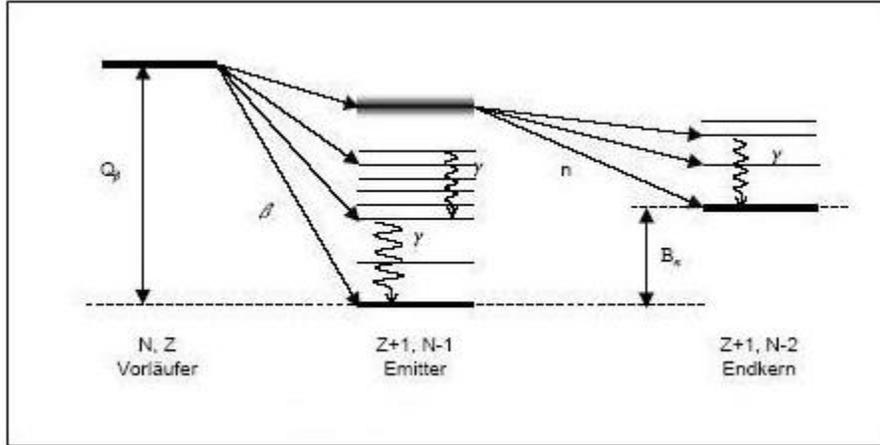


Abbildung 1.12: Schematische Darstellung zur β -verzögerten Neutronenemission [19].

Der P_n -Wert gibt die Wahrscheinlichkeit einer β -verzögerten Neutronenemission an und ist gegeben durch:

$$P_n = 100 \frac{\sum_{S_n < E < Q_\beta} \lambda_{fi}}{\sum_{0 < E < Q_\beta} \lambda_{fi}} \quad (1.17)$$

1.2.2 Massenmodelle und QRPA

Eine der großen Herausforderungen der Kernphysik besteht darin, Atomkerne in all ihren möglichen Konfigurationen, das heißt den gesamten Bereich der gebundenen Zustände von Protonen und Neutronen zu beschreiben.

Stabile Kerne lassen sich im Labor verhältnismäßig leicht untersuchen. Daher sind ihre Eigenschaften bis zu einem gewissen Punkt gut bekannt, aber je instabiler eine spezielle Zusammensetzung (Z,N) von Kernbausteinen wird, d.h. je kürzer die Lebensdauer eines bestimmten Isotopes gegen Kernumwandlungsprozesse wie z.B. dem im vorherigen Abschnitt behandelten β -Zerfall wird, desto größer sind die experimentellen Herausforderungen und desto rarer die gemessenen Daten. Die bekannte „Nuklidkarte“ (vgl. Abb. 1.11) tabelliert alle Nuklide, die man durch Experimente an Kernreaktoren und Teilchenbeschleunigern produzieren und untersuchen konnte, nach ihrer Protonen- und Neutronenzahl. Zum jetzigen Zeitpunkt sind es in etwa 2200 Isotope. Abgesehen von dieser ständig steigenden Zahl von Isotopen, für die zumindest einige kernphysikalischen Größen gemessen werden

konnten, gibt es noch eine Vielzahl von Nukliden, die einen gebundenen Zustand bilden, wenn auch nur für sehr kurze Zeiten. Als Grenze kann man die sogenannte Protonen- bzw. Neutronenabbruchkante (drip-line) ansehen. Sie ist der Ort, an dem die Bildungsenergie für ein zusätzliches Nukleon negativ wird, d.h. kein gebundener Zustand mehr existiert. Je weiter man sich vom „Tal der Stabilität“, also dem Bereich der Nuklidkarte, in dem die Bindungsenergie der Isotope ein Minimum besitzt und Kernumwandlungsprozesse keine noch stabileren Konfigurationen erzeugen können, wegbewegt, desto weniger experimentelle Daten stehen im Allgemeinen zur Verfügung. An dieser Stelle ist es Aufgabe der theoretischen Kernphysik, mit Modellen und Rechnungen Vorhersagen über die unbekanntenen Kerne bereitzustellen. Die Grundlage für solche Ansätze bilden Massenmodelle. Aus den Kernmassen lassen sich z.B. die bei einem Zerfall frei werdende Energie (Q-Wert) oder Bindungsenergien für das am schwächsten gebundenen Teilchen und damit, im Falle der neutronenreichen Seite des „Tals der Stabilität“, Neutronenseparationsenergien (S_n -Werte) auf einfachste Weise berechnen. Diese Größen bilden den Ausgangspunkt für Berechnungen von Zerfalleigenschaften und Vorhersagen zur Kernstruktur.

Der r-Prozess, der die astrophysikalische Motivation dieser Arbeit darstellt, findet wie in Abschnitt 2 beschrieben, bei extremen Temperaturen und Neutronenflüssen statt und setzt Kenntnisse von sehr neutronenreichen Kernen voraus. Auch wenn die zur Verfügung stehenden experimentellen Daten in den letzten Jahren deutlich zugenommen haben, so wird eine Modellierung dieses Prozesspfades auch in absehbarer Zukunft auf theoretische Vorhersagen angewiesen sein.

Globale Massenmodelle - FRDM

Man unterscheidet generell zwei Arten von Massenmodellen. „Lokale Modelle“ versuchen, durch Extrapolation von Kerneigenschaften bekannter Nuklide Aussagen über eine geringe Zahl von Kernen in der direkter Nachbarschaft zu machen. Auch wenn die vorhergesagten Eigenschaften relativ genau sind, so sind sie aufgrund ihres Ansatzes nicht in der Lage, grundlegende Trends der Atomkerne zu beschreiben, sondern besitzen auch nur lokal Gültigkeit.

Im Gegensatz dazu beschreiben „Globale Massenmodelle“ den gesamten Bereich von gebundenen Kernzuständen mit einer beschränkten Anzahl von Parametern. Als exemplarisches Beispiel soll im Folgenden das sogenannte „Finite Range Droplet Model“, welches in den letzten Jahren einen der vielversprechendsten Ansätze darstellt [20], kurz in seinen Grundzügen beschrieben werden.

Das „Finite Range Droplet Model“ (FRDM) ist ein makroskopisch-mikroskopisches Massenmodell [21]. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt wurden mit seiner Hilfe knapp 9000 Kerne berechnet. Der mittlere Fehler in den Vorhersagen liegt bei $\Delta E=0.669\text{MeV}$, bezogen auf

den gesamten Bereich bekannter Kerne. Betrachtet man nur die Region mit $N \geq 65$, so sinkt er gar auf $\Delta E = 0.448 \text{ MeV}$ [22]. Von der Grundidee ist der Ansatz vergleichbar mit dem Tröpfchenmodell von Bethe und Weizsäcker [23]. Man setzt eine makroskopische, kollektive Massenformel an, die eine Grundzustandsenergie in Abhängigkeit von Z und N liefert. FRDM enthält darüber hinaus noch eine mikroskopische Komponente, die sowohl Schalen- wie auch Paarungseffekten Rechnung trägt. Diese Korrekturen sollen die Feinanpassung zum generellen, kollektiven Verhalten liefern.

Die potentielle Gesamtenergie hat also die allgemeine Form:

$$E_{pot}(Z, N, shape) = E_{makro}(Z, N, shape) + E_{mikro}(Z, N, shape) \quad (1.18)$$

wobei im Gegensatz zum Vorgängermodell FRLDM (Finite Range Liquid Drop Model) [21] mehrere Deformationsfreiheitsgrade („shape“) berücksichtigt werden.

Der makroskopische Teil enthält die folgenden Energieterme: [22]:

- Massenüberschuss von Z Wasserstoffatomen und N Neutronen
- Volumenenergie
- Oberflächenenergie
- Krümmungsenergie
- A^0 Energie
- Coulombenergie sowie Coulomb Protonformfaktor- bzw. Austauschkorrekturen
- Volumen- bzw. Oberflächenverteilungsenergie
- Ladungsasymmetrie
- Wigner Energie
- gemittelte Paarungsenergie
- Energiebeitrag gebundener Elektronen

Die explizite Formel ist im Anhang aufgeführt.

Die Korrekturen im mikroskopischen Anteil werden für Protonen und Neutronen getrennt behandelt:

$$E_{mikro}(Z, N, shape) = E_{mikro}^{prot}(Z, shape) + E_{mikro}^{neutr}(N, shape) \quad (1.19)$$

Der weitere Formalismus kann analog auf die Protonen übertragen werden, wobei Z anstelle von N tritt.

Wie anfangs erwähnt, werden Schalen- und Paarungskorrekturen eingeführt:

$$E_{mikro}^{neutr}(N, shape) = E_{Schale}^{neutr}(N, shape) + E_{Paarung}^{neutr}(N, shape) \quad (1.20)$$

Beide Korrekturterme werden mit Hilfe von Einteilchenniveaus berechnet, was voraussetzt, dass die Schrödingergleichung für das zugrundeliegende Potential gelöst wird.

Die Schalenkorrekturen haben die allgemeine Form:

$$E_{Schale}^{neutr}(N, shape) = \sum_{i=1}^N e_i - \tilde{E}^{neutr}(N, shape) \quad (1.21)$$

wobei die e_i die berechneten Einteilchenenergien der Neutronen sind. $\tilde{E}^{neutr}(N, shape)$ ist die sogenannte „smooth single-particle energy sum“, die mit Hilfe der Strutinski-Integralmethode berechnet wird.

Die Paarungskorrekturen der Form:

$$E_{Paarung}^{neutr}(N, shape) = E_{Paarung}^{neutr} + \tilde{E}_{Paarung}^{neutr}(N, shape) \quad (1.22)$$

werden mit Hilfe der Lipkin-Nogami- bzw. der BCS-Methode berechnet. Genaue Details sind der Fachliteratur [22] vorbehalten, da eine umfassende Beschreibung den Rahmen einer Diplomarbeit bei weitem übersteigt.

Desweiteren hat das Modell neun freie Parameter, die unter Anpassung mit der Methode der kleinsten quadratischen Abweichungen zu 1654 bekannten Kernen von ^{16}O bis ^{263}Sg bestimmt werden. Letztlich wird die Gesamtenergie des Kernels durch Variation der Deformationsparameter minimiert. Das Minimum gibt also, abgesehen von der gesuchten Masse, auch die Deformation des Grundzustandes an.

Man kann zusammenfassend feststellen, dass die hier beschriebene Methode der Massenbestimmung mittels des FRDM neben den Kernmassen unbekannter Nuklide auch Wellenfunktionen und Einteilchenenergien, sowie die Deformation des Kernels im Rahmen der anfangs erwähnten Fehler vorhersagt.

QRPA

Für Modellrechnungen zum r -Prozess werden darüber hinaus Informationen über die Zerfallseigenschaften der beteiligten neutronenreichen Kerne benötigt. Die Methode der „Quasi-Particle Random Phase Approximation“ (QRPA) berechnet Gamow-Teller-Stärkefunktionen für β -Zerfälle. Mit Hilfe der Stärkefunktion können so Halbwertszeiten und

Emissionswahrscheinlichkeiten β -verzögerter Neutronen von neutronenreichen Isotopen bestimmt werden, die aufgrund ihrer kurzen Lebensdauer experimentell nicht bestimmt werden konnten. Der im Rahmen dieser Arbeit verwendete Formalismus geht zurück auf die Arbeiten von Hamamoto [24] und Halbleib [25] zurück, mit deren Methode sich jedoch nur sphärische Kerne berechnen ließen. Spätere Erweiterungen [26] machten dann auch die Berechnung deformierter Kerne möglich.

Ausgangspunkt der Rechnungen sind Einteilchenzustände und -Wellenfunktionen, die in der jüngsten Version [27] des Formalismus durch Lösen von wahlweise einem Nilsson-, Woods-Saxon- oder „folded Yukawa“-Kernpotentials für den Mutter- und Tochterkern bestimmt werden.

Der Effekt der Paarung („Pairing“) kann sowohl mit der Lipkin-Nogami- wie auch mit der BCS-Methode berücksichtigt werden. Pairing sorgt dafür, dass auch im Grundzustand eines Kerns nicht alle Niveaus unterhalb der Fermienergie besetzt sind, da sich als Folge von Paarungseffekten zweier Nukleonen (Ursprung des Begriffs des Quasiteilchens) eine niedrigere Gesamtenergie für die Kernkonfiguration ergeben kann, bei der Niveaus oberhalb der Fermienergie besetzt sind, während darunter Zustände frei bleiben. Davon ausgehend werden mit der RPA-Methode [28] Übergangsmatrixelemente $|M_{fi}|$ von einem Anfangszustand f der Mutter in einen Endzustand i der Tochter berechnet. Man bezeichnet diese Matrixelemente in ihrer Gesamtheit auch als β -Stärkefunktion. Aus den Matrixelementen lässt sich die Übergangsrate ω_{fi} mittels der Beziehung:

$$\omega_{fi} = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \frac{\Gamma^2}{2\Pi^3} |M_{fi}|^2 f(Z, R, \epsilon_0) \quad (1.23)$$

direkt berechnen. R ist hier der Kernradius und ϵ_0 die auf die Elektronenmasse m_0 normierte Energie des Mutterkerns E_0 , also $\epsilon_0 = E_0/m_0 c^2$. Die dimensionslose Konstante $\Gamma \equiv \frac{g}{m_0 c^2} \left(\frac{m_0 c}{\hbar}\right)^3$ hängt unter anderem von der Gamow-Teller-Kopplungskonstante g ab [64]. Die Funktion $f(Z, R, \epsilon_0)$ (auch bekannt als Fermifunktion) ist in der Fachliteratur umfassend beschrieben und tabelliert [30].

Wie bereits angedeutet, bildet die Stärkefunktion mittels der aus ihr folgenden Übergangsraten die Grundlage für eine Bestimmung von Halbwertszeiten und P_n -Werten.

Unter Verwendung des QRPA-Formalismus lassen sich also kernphysikalische Größen für neutronenreiche Kerne abschätzen, die experimentell unbekannt sind. Auch wenn die Verlässlichkeit der Resultate durch die mangelnde Kenntnis kernphysikalischer Effekte wie Deformation und Änderung der Schalenstärke („Quenching“) die zum Teil erst weitab der Stabilität auftreten, begrenzt ist, so bilden die QRPA-Vorhersagen doch den Grundstein von Simulationen und ausführlichen Netzwerkrechnungen zum astrophysikalischen r -Prozess (vgl. Abschnitt 5).

1.3 Experimentelle Grundlagen

1.3.1 Produktion exotischer Kerne

Für die Produktion exotischer Kerne stehen eine Reihe unterschiedlicher Mechanismen zur Verfügung, die Isotope verschiedener Regionen der Nuklidkarte erzeugen können. Im Folgenden seien einige der Wichtigsten kurz erklärt.

Bei der **Spallation** wird ein Targetkern mit hochenergetischen Protonen beschossen. Der dadurch stark angeregte Kern zerbricht unter Emission von Nukleonen in mehrere Bruchstücke. Da Neutronen keine Coulombbarriere spüren, werden direkt nach der Kernanregung überwiegend Neutronen abgedampft, sodass die entstehenden Bruchstücke im Allgemeinen protonenreich sind. Im Gegensatz dazu entstehen bei der niederenergetischen **teilcheninduzierten Spaltung** von schweren Kernen wie Uran oder Thorium sehr neutronenreiche Spaltfragmente. Aufgrund der geringen übertragenen Energien verliert hier der Targetkern kaum Neutronen, sodass der Neutronenüberschuss, wie er bei schweren, stabilen Kernen zu finden ist, auch bei den Bruchstücken vorliegt. Damit eignet sich dieser Mechanismus unter anderem für Experimente zum r-Prozess und war in der Vergangenheit der wichtigste Produktionsmechanismus auf diesem Gebiet. Im sogenannten ISOL-Verfahren (Isotope Separation On-Line) (vgl. Abb. 1.13, unten), werden zum Beispiel Urankerne in einem dicken Target durch Beschuss von Protonen oder Neutronen zur Spaltung gebracht. Die Bruchstücke verlassen, oft durch hohe Temperaturen beschleunigt, das Target und werden zur Separation bzw. Identifikation nachbeschleunigt. Weitere Möglichkeiten ergeben sich, wenn man, im Gegensatz zu den zuvor genannten Methoden, den schweren Kern beschleunigt und auf ein leichteres Target schießt. Beim Prozess der **Fragmentierung** wird ein Kern mit relativistischer Geschwindigkeit auf einen Targetkern geschossen. Das Projektil teilt sich in zwei räumliche Zonen auf. Der „überlappungsbe- reich“ von Targetkern und Projektil wird stark komprimiert und aufgeheizt, der Rest des Projektils, der sogenannte „Zuschauerbereich“, bleibt vergleichsweise unbeeinflusst und fliegt fast ungebremst weiter. Die in diesem Projektilrest, durch Rearrangement der Nukleonen, freiwerdende Energie wird durch Abdampfen von Nukleonen abgegeben, sodass bei diesem Prozess eine Vielzahl unterschiedlicher, neutronenreicher Isotope entsteht. Da sich diese immer noch annähernd mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, können die Fragmente anschließend mit Hilfe von elektromagnetischen Feldern mit hoher Qualität separiert werden (vgl. Abb. 1.13, oben).

Ein weiterer Prozess, der die hohen Energien eines Schwerionenbeschleunigers voraussetzt, ist die **Projektilspaltung** von schweren Ionen [31]. Stößt ein Projektilkern, im Gegensatz zur Fragmentierung, nicht direkt mit einem Targetkern zusammen, so kann ersterer bei hinreichend geringem Abstand des Vorbeiflugs durch das Coulombfeld zwischen Projektil- und Targetkern angeregt werden. Bei schweren Kernen, wie z.B. Uran, kann dieser auf-

grund der Anregung durch virtuelle Photonen spalten und hinterlässt, vergleichbar mit der teilcheninduzierten Spaltung, zwei neutronenreiche Bruchstücke, die auch hier mit immer noch relativistischen Geschwindigkeiten weiterfliegen.

Praktisch unterscheiden sich Fragmentierung und Projektilspaltung durch ihre unterschiedliche Kinematik. Bei der Fragmentierung haben alle Fragmente auch nach Passieren des Targets immer noch annähernd gleiche Geschwindigkeiten wie vor der Wechselwirkung. Beim Prozess der Spaltung ändert der Sekundärstrahl sowohl seine Geschwindigkeitsverteilung als auch seinen Öffnungswinkel, da die Spaltprodukte bei ihrer Trennung einen zusätzlichen Impulsbeitrag aufgrund der gegenseitigen Coulombabstoßung der Bruchstücke erfahren. Da sich diese Impulskomponente relativistisch mit dem Impuls in Vorwärtsrichtung addiert, führt dies aufgrund der hohen Energien der Projektile nur zu einer relativ geringen Auffächerung des Sekundärstrahls. Die Verluste aufgrund der begrenzten Winkelakzeptanz des folgenden Separators sind jedoch nicht zu vernachlässigen.

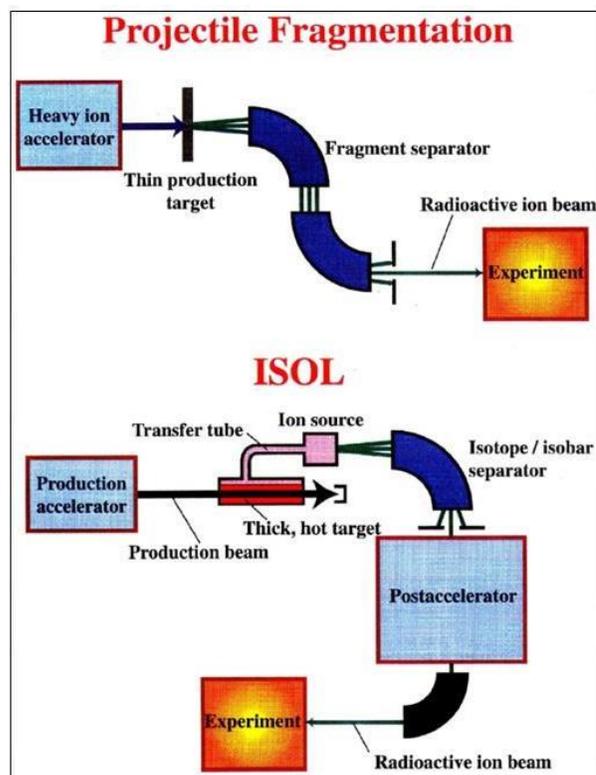


Abbildung 1.13: Schematischer Vergleich der wichtigsten Methoden zur Produktion exotischer Nuklide. Oben: Die In-Flight-Technik nutzt die Prozesse der Fragmentierung und der Projektilspaltung. Unten: Im ISOL-Verfahren entstehen die exotischen Kerne durch teilcheninduzierte Spaltung [32].

Kapitel 2

Der r-Prozess

2.1 Allgemeine Merkmale

Wie bereits im vorherigen Kapitel gezeigt, kann der s-Prozess allein nicht die beobachteten solaren Häufigkeiten erklären. Zum einen können durch langsamen Neutroneneinfang nicht alle Isotope produziert werden. Zum anderen lassen sich nicht alle Spitzen, die in der Häufigkeitsverteilung auftreten, durch den s-Prozess erklären. Bereits 1957 schlugen Burbidge, Burbidge, Fowler and Hoyle (B²FH) [3] den so genannten „Rapid Neutron Capture Process“ (r-Prozess) vor. Er ist verantwortlich für die Synthese von etwa 50% der Elemente schwerer als Eisen, darunter all jene, die jenseits des s-Prozess-Pfades liegen. Die Idee von B²FH, die in ihren Grundzügen im Rahmen des klassischen r-Prozess-Bildes noch heute Gültigkeit besitzt, ist, dass die in Sternen produzierten Saatkerne der Eisengruppe für kurze Zeit einer hohen Neutronendichte ($n_n \simeq 10^{24} \text{ 1/cm}^{-3}$) und hoher Temperatur ($T \simeq 10^9$) ausgesetzt sind. In schneller Folge werden eine Vielzahl von Neutronen eingefangen. Im Gegensatz zum s-Prozess ist hier die Neutroneneinfangsrate (λ_n) viel größer als die β -Zerfallsrate (λ_β): $\lambda_n \gg \lambda_\beta$.

Der Prozesspfad verläuft so fernab des „Tals der Stabilität“ im Bereich der extrem neutronenreichen Isotope. Die hohen Temperaturen sorgen dafür, dass ab einem gewissen Punkt eine weitere Anlagerung von Neutronen ((n, γ)-Reaktion) dadurch beschränkt wird, dass die Umkehrreaktion (γ ,n) dominiert, wenn die Neutronenseparationsenergie S_n der Kerne in den Bereich von 2 MeV kommt. An dieser Stelle innerhalb einer Isotopenkette Z (das letzte Nuklid wird auch als „Waiting Point“ bezeichnet) „warten“ die beteiligten Nuklide auf einen β^- -Zerfall (vgl. Abb. 2.1), wodurch der Prozesspfad die nächst protonenreichere Isotopenkette (Z+1) erreicht. Dort wiederholt sich der Vorgang des raschen Neutroneneinfangs bis zum nächsten „Waiting Point“. Innerhalb von Sekunden wandert der Prozesspfad bis in die Region der superschweren Kerne, wobei ein gewisser Teil der Kerne in jedem beteiligten Isotop angesammelt wird. Deren Häufigkeit ist abhängig von den jeweiligen Halbwertszeiten und Neutronenseparationsenergien.

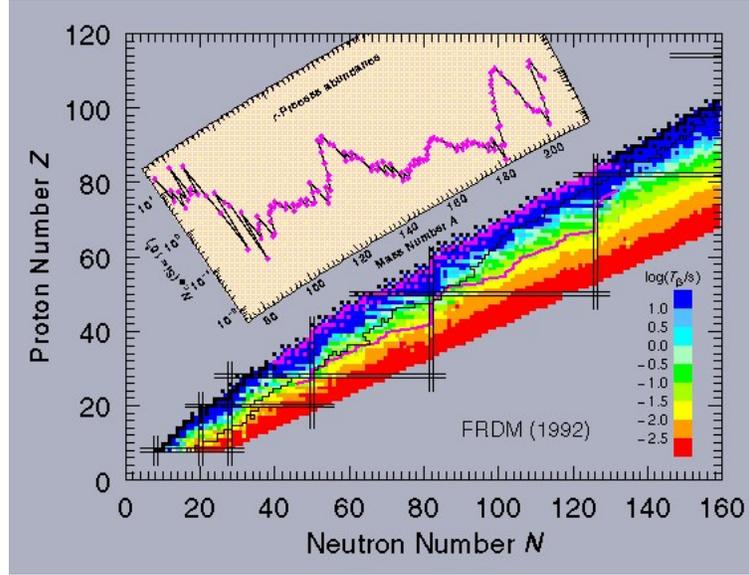


Abbildung 2.2: Neutronenreiche Seite der Nuklidkarte mit angedeutetem r -Prozesspfad. In der Grafik integriert ist ein Schema der solaren r -Prozesshäufigkeiten [34].

2.2 Formale Beschreibung

Formal lässt sich dieser Prozess über einen Satz von N Differentialgleichungen für die Änderung der Häufigkeit eines Isotopes (der Kernladung Z und Kernmasse A) $\dot{Y}(Z,A)$ beschreiben [35], die unter Vernachlässigung von Kernspaltungsreaktionen¹ sowie Einfangreaktionen geladener Teilchen (wegen der hohen Coulombbarrieren stark unterdrückt) folgende Form haben:

$$\begin{aligned}
 \dot{Y}(Z, A) = & n_n \cdot Y(Z, A - 1) \cdot \sigma_{A-1} + Y(Z, A + 1) \cdot \lambda_{A+1} \\
 & - Y(Z, A) \cdot (n_n \cdot \sigma_A + \lambda_A + \lambda_\beta^A + \lambda_{\beta n}^A + \lambda_{\beta 2n}^A + \lambda_{\beta 3n}^A) \\
 & + Y(Z - 1, A) \cdot \lambda_\beta^{Z-1, A} + Y(Z - 1, A + 1) \cdot \lambda_{\beta n}^{Z-1, A+1} \\
 & + Y(Z - 1, A + 2) \cdot \lambda_{\beta 2n}^{Z-1, A+2} + Y(Z - 1, A + 3) \cdot \lambda_{\beta 3n}^{Z-1, A+3}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$Y(Z,A)$ ist die Häufigkeit des Kerns (Z, A), n_n die Neutronendichte, σ_{A-1} die gemittelte (n,γ) -Reaktionsrate $\langle \sigma v \rangle$ des Kerns ($Z, A-1$), λ_{A+1} die Photodesintegrationsrate (γ,n) des Kerns ($Z,A+1$), λ_A^β die β -Zerfallsrate des Kerns (Z,A) und $\lambda_{\beta n}^A$, $\lambda_{\beta 2n}^A$, $\lambda_{\beta 3n}^A$ die Raten für β -verzögerte Emission von einem, zwei bzw. drei Neutronen des Kerns (Z,A).

2.2.1 Waiting Point Approximation

Geht man nun von hohen Neutronen- und Photonendichten aus, so kann man erwarten, dass Neutroneneinfangreaktionen (n,γ) und Photodesintegrationsreaktionen (γ,n) auf

¹Kernspaltungsreaktionen spielen eine untergeordnete Rolle für $Z < 80$.

einer deutlich kürzeren Zeitskala stattfinden als die β -Zerfälle der beteiligten Kerne. β -Zerfallsreaktionen können mit Ausnahme des „Waiting Points“ in ersterer Näherung vernachlässigt werden. Die Gleichung für die Häufigkeitsänderung eines Kerns (Z, A) in den Nachbarkern $(Z, A+1)$ lautet dann:

$$\dot{Y}(Z, A) = \lambda_{A+1} \cdot Y(Z, A+1) - \sigma_A \cdot Y(Z, A) \cdot n_n \quad (2.2)$$

Die hohe Zahl von Kernreaktionen im betrachteten System sorgt dafür, dass sich ein Gleichgewicht ($\dot{Y}(Z, A)=0$) mit einem Häufigkeitsverhältnis $Y(Z, A+1)/Y(Z, A)=\frac{\sigma_A}{\lambda_{A+1}} \cdot n_n$ ausbildet. Diese Näherung wird $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ -Gleichgewicht oder auch „Waiting Point Approximation“, genannt [35].

Die Reaktionsraten für Photodesintegration sind gegeben durch:

$$\lambda_{A+1} = \frac{2G(Z, A)}{G(Z, A+1)} \cdot \left(\frac{A}{A+1}\right)^{3/2} \left(\frac{m_u \cdot k_B \cdot T}{2\pi \cdot \hbar^2}\right)^{3/2} \sigma_A \cdot \exp\left[\frac{S_n(Z, A+1)}{k_B T}\right] \quad (2.3)$$

worin G die Zustandsfunktionen der jeweiligen Kerne, m_u die atomare Masseneinheit und $S_n(Z, A+1)$ die Neutronenseparationsenergie des Kerns $(Z, A+1)$ bezeichnen.

Kombination von Gleichung 2.2 und 2.3 führt auf die so genannte Saha-Gleichung, die das Verhältnis benachbarter Kerne angibt:

$$\frac{Y(Z, A+1)}{Y(Z, A)} = n_n \cdot \frac{G(Z, A+1)}{2G(Z, A)} \left(\frac{A+1}{A}\right)^{3/2} \cdot \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_u \cdot k_B T}\right)^{3/2} \cdot \exp\left[\frac{-S_n(Z, A+1)}{k_B T}\right] \quad (2.4)$$

Unter der Annahme eines $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ -Gleichgewichts hängt dieses Verhältnis also nur noch von den astrophysikalischen Parametern Temperatur und Neutronendichte sowie dem kernphysikalischen Parameter der Neutronenseparationsenergie ab. Die genaue Kenntnis von Neutroneneinfangquerschnitten ist nicht mehr erforderlich.

Führt man an dieser Stelle die totale Häufigkeit einer Isotopenkette $Y(Z) = \sum_A Y(Z, A)$ ein und drückt $Y(Z, A) = P(Z, A) \cdot Y(Z)$ über einen „Bevölkerungskoeffizienten“ $P(Z, A)$ aus, so vereinfacht sich Gleichung 2.2 zu:

$$\dot{Y}(Z) = Y(Z-1) \sum_A P(Z-1, A) \cdot \lambda_\beta^{Z-1, A} - Y(Z) \sum_A P(Z, A) \cdot \lambda_\beta^{Z, A} \quad (2.5)$$

Die Anzahl der zu lösenden Differentialgleichungen reduziert sich also von N (Anzahl am r-Prozess beteiligter Isotope) auf Z (Anzahl beteiligter Isotopenketten). Wie bereits angedeutet, setzt die Gültigkeit dieser Näherung ein statistisches Gleichgewicht von (n, γ) - und (γ, n) -Reaktionen voraus, die mögliche β -Zerfälle dominieren. Abbildung 2.3 zeigt schematisch den Gültigkeitsbereich in Bezug auf die Parameter n_n und T .

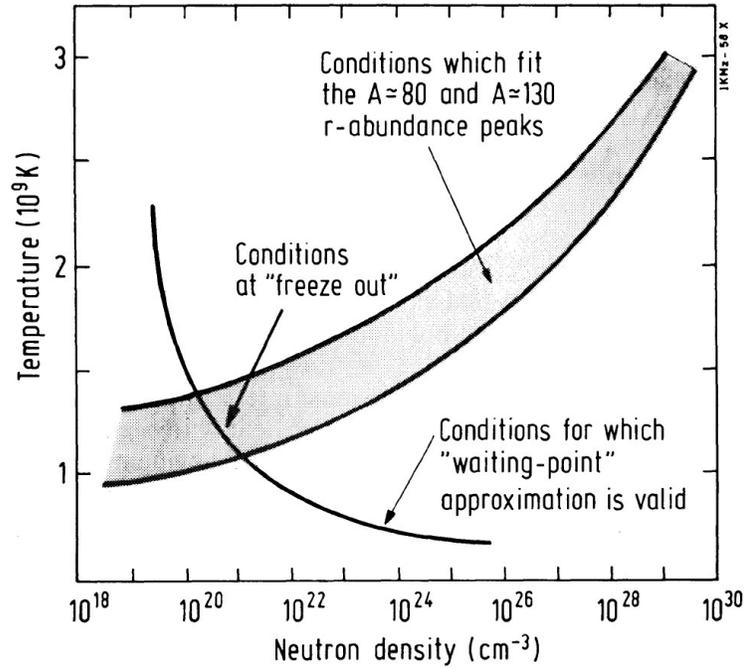


Abbildung 2.3: Neutronendichten n_n und Temperaturen T_9 unter denen sich die beobachteten r -Prozessspitzen in den Häufigkeiten reproduzieren lassen [35]. Die hyperbolische Kurve begrenzt das Gebiet, in der die „Waiting Point Approximation“ gültig ist [36].

2.2.2 β -Fluss-Gleichgewicht

Eine zusätzliche Vereinfachung ergibt sich unter der Annahme eines so genannten β -Fluss-Gleichgewichts (steady oder β -flow equilibrium) [33]. Damit ist gemeint, dass die Häufigkeit der Kerne jeder Isotopenkette konstant sind ($\dot{Y}(Z) = 0$). Es lässt sich zeigen [35], dass dieses Gleichgewicht zwar nicht global, also für den gesamten r -Prozesspfad Gültigkeit hat, es aber durchaus lokal für einen gewissen Bereich anwendbar ist) (vgl. Abschnitt 2.3).

Die Koeffizienten $P(A, Z)$ lassen sich mit Hilfe der Saha-Gleichung (Gl. 2.4) berechnen, wodurch man zu der folgenden Aussage gelangt:

$$Y(Z) \cdot \sum_A P(Z, A) \cdot \lambda_{\beta}^{Z, A} = Y(Z) \cdot \lambda_{\beta}(Z) = \text{const} \quad (2.6)$$

Dieser Zusammenhang hat speziell für Regionen der magischen Neutronenzahlen ($N=50, 82, 126$) große Aussagekraft. Magische Nukleonenzahlen sind die Konsequenz von Schalenabschlüssen. Wurden alle möglichen Zustände einer Schale mit Nukleonen besetzt, so bevölkert ein zusätzlich vom Kern eingefangenes Nukleon das energetisch tiefste, noch unbesetzte Niveau. Für gewisse Konfigurationen des Kerns ergibt sich eine ausgeprägte Energielücke zwischen zwei Schalen, ein magischer Schalenabschluss.

Eine kernphysikalische Konsequenz eines solchen Schalenabschlusses ist eine hohe Neutro-

nenseparationsenergie des magischen Neutrons und das sprunghafte Absinken selbiger für das am schwächsten gebundene Neutron des nächsten Nuklids ($N = N_{mag} + 1$) einer Isotopenkette. Dieser Zusammenhang lässt solchen Kernkonfigurationen eine besondere Rolle für den r-Prozess und damit für die beobachtbaren solaren Elementhäufigkeiten zukommen. Erreicht der r-Prozesspfad eine magische Neutronenzahl, so dominieren Photodesintegrationsreaktionen über weitere Neutroneneinfänge für eine ganze Reihe von Isotopen gleicher Neutronenzahl. Der r-Prozess erklimmt eine Leiter von „Waiting Point“-Nukliden mit gleichem N (vgl. Abb. 2.1).

2.3 Kanonische r-Prozess-Rechnungen

Als mögliche Kontrolle der Theorie werden so genannte kanonische r-Prozess-Rechnungen benutzt. Sie berechnen für den oben beschriebenen „klassischen r-Prozess“ die Häufigkeitsverteilung der Elemente, die nach „Abschalten“ des Neutronenflusses durch β -Zerfälle zurück zur Stabilität beobachtbar wäre.

Die Annahmen des „klassischen r-Prozess“ seien hier noch einmal kurz zusammengefasst:

- Eisen als Saat
- $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ -Gleichgewicht
- β -Flussgleichgewicht mit konstanten n_n und T
- Instantaner Freeze-Out, das heißt schlagartiges Verschwinden des Neutronenflusses.

Als freie Parameter für die Rechnung stehen die Neutronendichte (n_n), die Temperatur (T_9) und die Prozessdauer (τ) zur Verfügung. Darüber hinaus sind natürlich kernphysikalisch relevante Größen wie β -Halbwertszeiten, P_n -Werte und Neutronenseparationsenergien (S_n) aller Kerne auf der neutronenreichen Seite der Stabilität Eingabeparameter für die Rechnung.

Da die benötigten kernphysikalischen Größen der meisten Isotope im r-Prozesspfad experimentell nicht bekannt sind, werden an dieser Stelle theoretische Werte aus Massenmodellen und QRPA-Rechnungen (vgl. Abschnitt 1.2.2) benutzt. Derartige Rechnungen haben beispielsweise zeigen können, dass die Annahme eines globalen „Steady Flow“ nicht tragbar ist [35]. Es müssen mindestens drei Komponenten mit verschiedenen Neutronendichten und Prozessdauern angesetzt werden, um die drei Spitzen in der Häufigkeitsverteilung zu reproduzieren. Man erhält die drei Komponenten, in dem man, unter der Annahme eines β -Fluss-Gleichgewichtes, für jeden der drei r-Prozess-Peaks ($A \simeq 80, A \simeq 130, A \simeq 195$) unterschiedliche Neutronendichten und Prozessdauern τ ansetzt. Die Überlagerung dieser Komponenten im lokalen β -Fluss-Gleichgewicht ist in Abbildung 2.5 zu sehen. Eine weitere Komponente ist nötig, um die Elemente Uran und Thorium in ihrer beobachteten

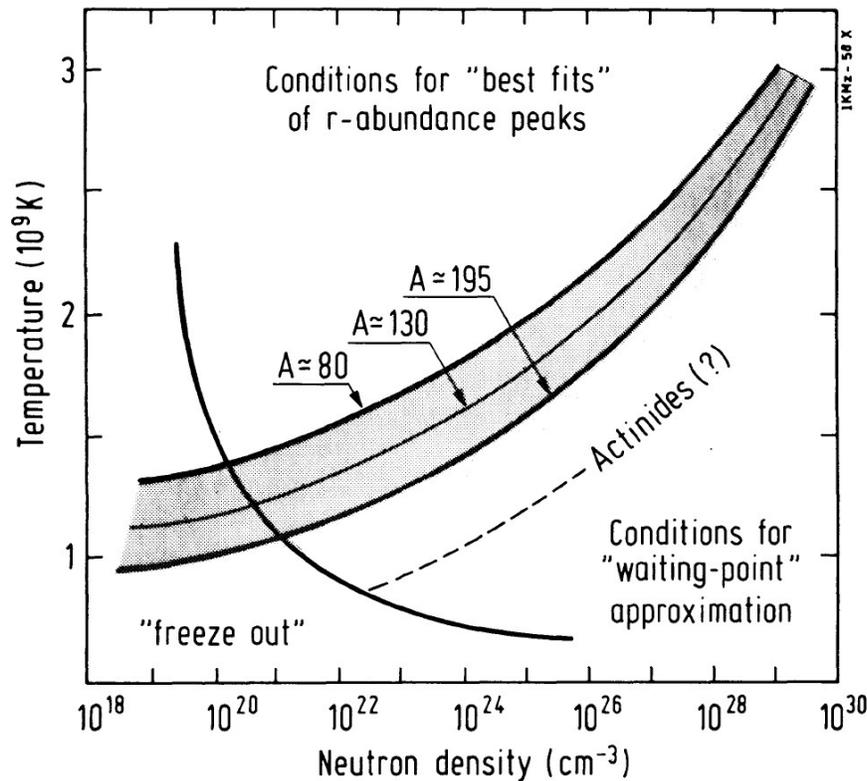


Abbildung 2.4: Im Schema lassen sich die Temperatur- und Neutronenflussbedingungen ablesen, für die die jeweiligen r -Prozessspitzen reproduziert werden können. Darüber hinaus ist der Bereich vorgeschlagen, der die Region der Aktiniden aufbaut [35].

Häufigkeit zu erzeugen. In den letzten zehn Jahren kann man zudem eine kontinuierliche Verbesserung der Übereinstimmung zwischen Beobachtungsdaten und r -Prozess Rechnungen feststellen. Durch die experimentelle Bestimmung von kernphysikalischen Größen in der Region der wichtigen „Waiting Points“ (z.B. in der ^{78}Ni -Region [37] und in der Gegend um ^{130}Cd [38]), der Verbesserung von Massenmodellen [39], sowie der Erhöhung der Zahl der verwendeten Komponenten [40] werden immer mehr Lücken und Abweichungen korrigiert. Der Vergleich der beobachteten mit den berechneten Häufigkeitsverteilungen kann vielmehr dazu genutzt werden, offene Fragen im Bereich der Kernstruktur zu lösen und zu einer Verbesserung des kernphysikalischen Verständnisses beizutragen.

2.4 Vergleich mit solaren Häufigkeiten

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, kann man die globale Häufigkeitsverteilung durch Rechnungen unter Verwendung der „Waiting Point Approximation“ sowie eines lokalen β -Flussgleichgewichts in ihrem Grundzügen gut reproduzieren. Es scheint daher durchaus zulässig, auftretende Abweichungen wie die in Abbildung 2.7 gezeigten Unterproduktionen

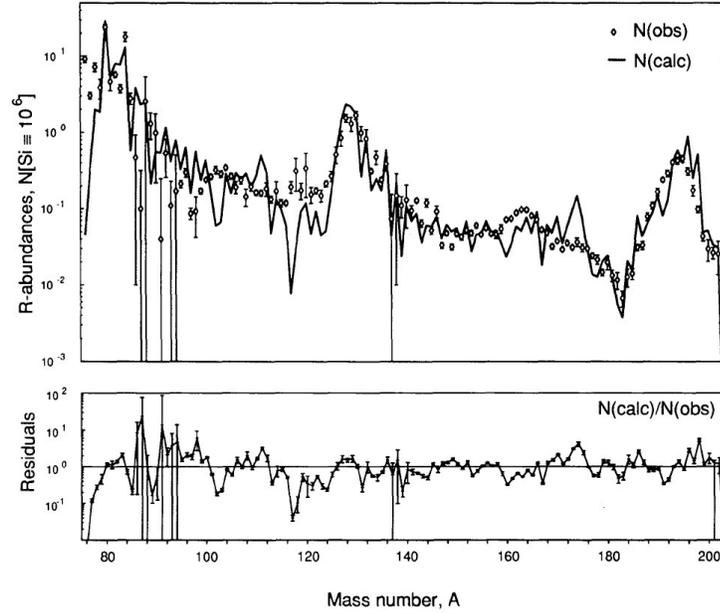


Abbildung 2.5: Ergebnis von kanonischer r-Prozess-Rechnung. Die Abbildung zeigt die Superposition von drei Komponenten mit unterschiedlichen $n_n - T_9$ Bedingungen zur Reproduktion der einzelnen Peaks. Die offenen Punkte zeigen den beobachteten Verlauf der solaren Häufigkeitsverteilung [35].

der Elemente vor den $A \approx 130$ und $A \approx 195$ r-Prozess-Spitzen als Unzulänglichkeiten in den Eingabedaten zu suchen. So haben beispielsweise kernspektroskopische Untersuchungen des r-Prozess „Waiting Point“-Nuklids ^{130}Cd starke Hinweise auf eine Reduzierung der $N=82$ Schalenstärke ergeben [41]. Dieser Effekt, der auch als „Shell Quenching“ bezeichnet wird, sorgt für eine Verschiebung der Protonen- und Neutronenschalen und damit zu einer Änderung aller kernphysikalischen Größen der betroffenen Isotope. Simuliert werden kann eine solche Änderung durch eine Reduzierung des Bahndrehimpulsterms im Nilssonpotential (l^2 -Term). Abbildung 2.6 verdeutlicht eine derartige Verschiebung der Einteilchenniveaus. Ein Massenmodell, das diesem Effekt explizit Rechnung trägt, ist zum Beispiel ETFSI-Q. Der Vergleich von r-Prozess-Rechnungen unter Verwendung eines „ungequenchten“ und eines „gequenchten“ Massenmodells (vgl. Abb. 2.7) zeigt eindeutig, dass die Unterproduktionen in den berechneten Häufigkeiten ausgeglichen werden können und sich dadurch ein deutlich besserer Fit produzieren lässt.

Diese Interpretation wird unterstützt durch Berechnungen des Alters des Universums. Vergleichbar mit der ^{14}C -Methode zur Bestimmung des Alters von organischen Materials, kann man das Alter von Sternen bestimmen. Untersuchungen von Sternen der ersten Generation nach dem Urknall erlauben dadurch eine vernünftige Abschätzung für die untere Grenze des Alters unseres Universums. Benötigt werden nicht nur die Halbwertszeiten einiger „Kosmochronometer“ wie beispielsweise ^{232}Th , ^{235}U , ^{238}U oder ^{244}Pu , son-

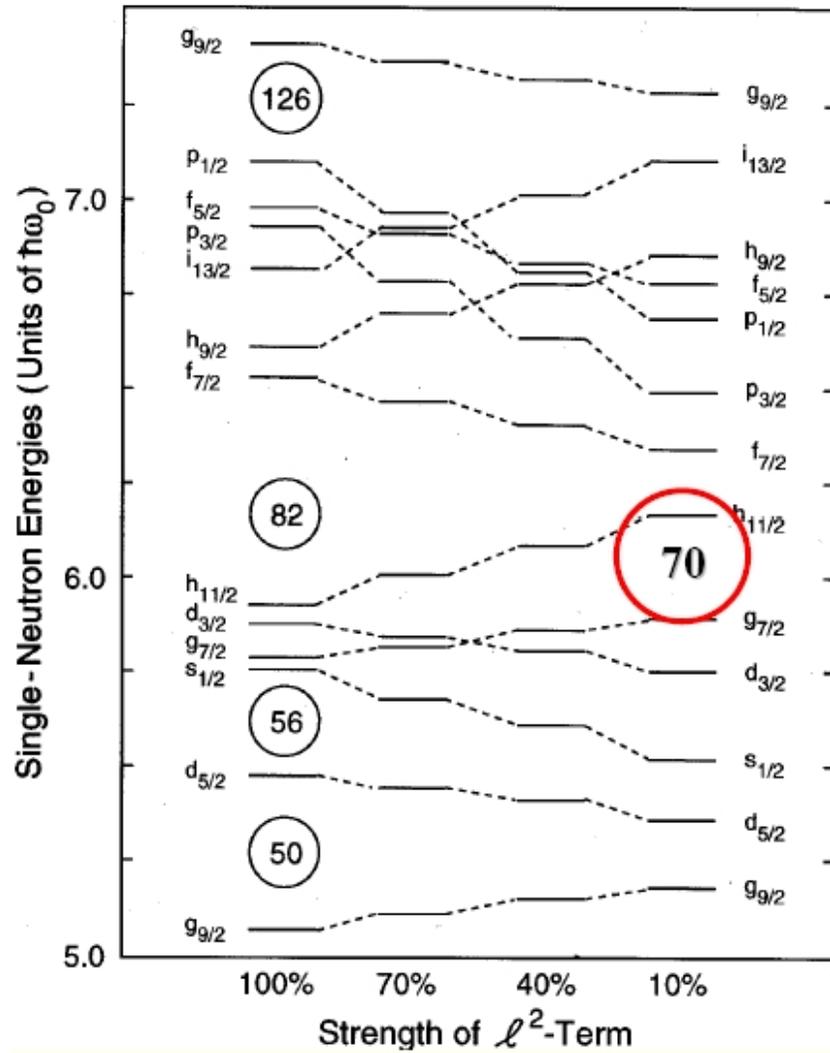


Abbildung 2.6: Eine Reduzierung der Stärke der klassischen Schalenabschlüsse führt im Extremfall zur Ausbildung neuer magischer Schalen [42].

den auch die Verhältnisse deren Anfangsvorkommen. Diese lassen sich, wie zuvor gezeigt, durch kanonische r -Prozess-Rechnungen bestimmen. Derartige Abschätzungen [43] unter Verwendung des „gequenchten“ ETFSI-Q ergaben ein Alter des Universums von etwa 14 Milliarden Jahren. Analoge Rechnungen unter Verwendung des „ungequenchten“ FRDM ergeben dagegen ein Alter von ungefähr 40 Milliarden Jahren [76]. Vergleicht man dieses Resultat mit Ergebnissen von astronomischen Beobachtungen (13,5 Mrd. Jahre)[45] oder massenspektrometrischen Untersuchungen von Meteoriten (14 Mrd. Jahre) [46], so spricht diese Übereinstimmung dafür, dass Massenmodelle, die der Reduzierung der klassischen Schalenstärken Rechnung tragen, zu verlässlicheren Resultaten führen.

Man sieht an dieser Stelle einmal mehr, wie das Zusammenspiel aus Astrophysik und Kernphysik für beide Disziplinen Vorteile bringen kann.

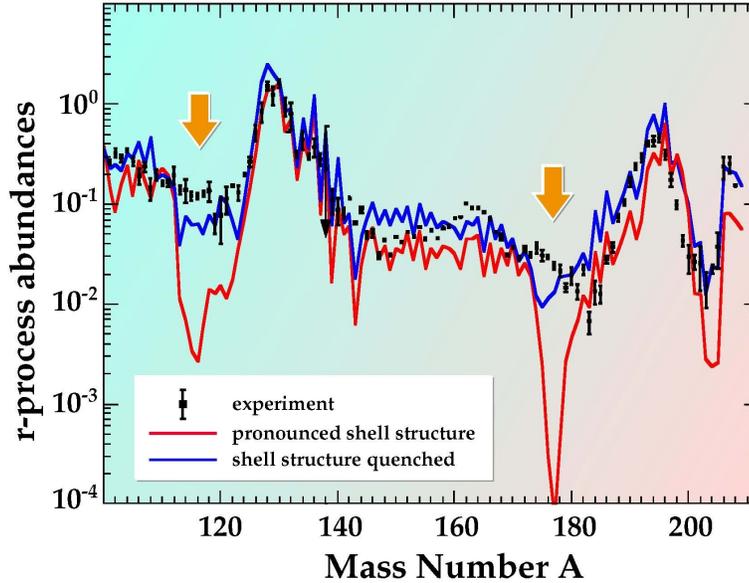


Abbildung 2.7: Die Abbildung zeigt die solare Häufigkeitsverteilung (Punkte) sowie das Ergebnis von kanonischen r-Prozess-Rechnungen verschiedener Massenmodelle. Die rote Kurve wurde unter Verwendung von ETFSI-1 („ungequencht“) berechnet. Man erkennt klare Unterproduktionen vor den beiden Peaks. Die blaue Kurve verwendet ETFSI-Q, welches der Änderung der Schalenstärke Rechnung trägt [55].

2.5 Astrophysikalische Szenarien

Die Frage nach dem astrophysikalischen Schauplatz ist bislang nicht endgültig beantwortet. Mögliche Szenarien setzen eine hohe Dichte an freien Neutronen voraus. In der Fachliteratur sind Explosionen von Supernova Typ II und verschmelzende Neutronensterne die mittlerweile favorisierten Kandidaten.

Als Supernova Typ II bezeichnet man den Kollaps eines massereichen Sterns ($M > 8M_{\odot}$) [4]. Ist der Brennstoff im Zentrum verbraucht, so kollabiert der Core des Sterns und es bildet sich ein Neutronenstern. Bestehende Atomkerne dissoziieren aufgrund der hohen Temperaturen in Protonen und Neutronen und die entartete Materie ist bestrebt, durch Elektroneneinfang $p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$ die Zahl der Neutronen zu erhöhen. Dadurch gelangt das System zu einem energetisch günstigeren Zustand, da neutrale Teilchen keine Coulomb-abstoßung erfahren. Diese Neutronisierung führt zu einer neutronenreichen Umgebung, in der auf den Neutronenstern stürzende Materie zu einem r-Prozess führen könnte.

Eine weitere, zur Zeit häufig diskutierte Möglichkeit im Kontext mit einer Supernovaexplosion ist der „Neutrino-Driven Wind“ [48], [49]. Die durch den Kollaps des Sternenzentrums

freiwerdende gravitative Energie wird hauptsächlich durch Neutrinos emittiert. Die Interaktion dieser Neutrinos mit den äußeren Hüllen des Sterns führen zu einem Aufheizen der Materie sowie zu einem Materiefluss, dem „Neutrinowind“. Zusätzlich führen Neutrinoeinfangreaktionen zu einer Neutronisierung des Systems [50]. Ausgehend von einer kompletten Dissoziation der Kerne in Protonen und Neutronen bilden sich bei Temperaturen von $T \approx 0,5 \text{ MeV}$ α -Teilchen. Diese verschmelzen miteinander und bilden unter zusätzlichem Neutroneneinfang zunehmend schwerere Kerne. Bei $T \approx 0,25 \text{ MeV}$ werden weitere Fusionen durch die Coulombbarrieren unterdrückt. Zu diesem Zeitpunkt wurden Kerne bis zu $A \approx 90$ gebildet. Ausgehend von dieser Saat baut der r-Prozess mittels der zur Verfügung stehenden freien Neutronen schwere Elemente auf.

Alternativ zu den beschriebenen Supernova-Szenarien könnte ein System aus zwei verschmelzenden Neutronensternen, bzw. einem Neutronenstern und einem schwarzen Loch Schauplatz für den r-Prozess sein [51], [52], [53]. Nachdem die beiden Objekte in Kontakt gekommen sind, bildet sich ein schnell rotierendes Zentrum, umgeben von einer dicken Scheibe relativ geringer Massen- und hoher Neutronendichte, in der ein r-Prozess möglich wäre.

Abgesehen von offenen Fragen zum genauen Ablauf des r-Prozess führen auch viele Unsicherheiten zum Verlauf von Supernovaexplosionen und Lücken im Verständnis von Neutronensternen dazu, dass ein Schauplatz für den r-Prozess bislang nicht eindeutig identifiziert werden konnte. Darüber hinaus gibt es Indizien, dass es vielleicht nicht nur einen universellen r-Prozess gibt, sondern unterschiedliche Szenarien, die zu voneinander abweichenden Signaturen in den produzierten Häufigkeitsverhältnissen führen [54].

Es bleibt jedoch zu erwähnen, dass keine der Modellrechnungen und Simulationen der hier beschriebenen Schauplätze in der Lage ist, die beobachteten Häufigkeiten realistisch und selbstkonsistent zu reproduzieren sowie die Verteilung der gebildeten Kerne in den kosmischen Raum zu erklären [55].

2.6 Jenseits des klassischen Bildes

Eine Alternative zu den beschriebenen kanonischen Rechnungen stellen umfassende Netzwerkrechnungen dar. Anstatt auf eine Vereinfachung des Formalismus im Stile der „Waiting Point Approximation“ zurückzugreifen, werden die bereits in Gleichung 2.1 genannten Differentialgleichungen für eine Vielzahl von Isotopen gelöst. Dabei sind alle Nuklide der neutronenreichen Seite der Nuklidkarte zu berücksichtigen. Im Gegensatz zu dem in Abschnitt 2.3 gezeigten Vorgehen, sind diese Netzwerkkalkulationen jedoch nicht modellunabhängig, sondern gehen beispielsweise von einer „Hoch-Entropie-Blase“ eines Supernova Typ II Szenarios aus [56].

Abgesehen davon, liegt das derzeitige Interesse auf der Frage, ob das Bild eines einzelnen,

universellen r-Prozesses haltbar ist. So werfen Beobachtungen von „extrem metallarmen Halosternen“² („ultra-metal-poor halo stars“) Zweifel auf, dass es nur einen r-Prozess gibt, der stets die gleiche Häufigkeitsverteilung produziert. „Halosterne“ zählen zu den ältesten Sternen der Galaxie. Durch ihre Beobachtung erhofft man sich, Informationen über die Zusammensetzung der Elemente, die nur aus einem oder zumindest nur einer sehr kleinen Zahl an Nukleosyntheseereignissen entstanden sind. Einige dieser Sterne, die ihre Zusammensetzung überwiegend dem r-Prozess verdanken, wurden in jüngster Vergangenheit intensiv untersucht [57]. Dabei zeigt sich, dass für Elemente mit $Z \geq 56$ (Barium) eine gute Übereinstimmung mit der im Sonnensystem gefundenen Häufigkeitsverteilung besteht (als Beispiel s. Abb. 2.8). Diese Beobachtungen können als Anzeichen für einen stets gleich ablaufenden (robusten) r-Prozess interpretiert werden. Bei den leichteren r-Prozesselementen zeigen sich dagegen auffällige Abweichungen, was auf verschiedene Schauplätze oder zumindest unterschiedliche Bedingungen im gleichen Szenario schließen lässt.

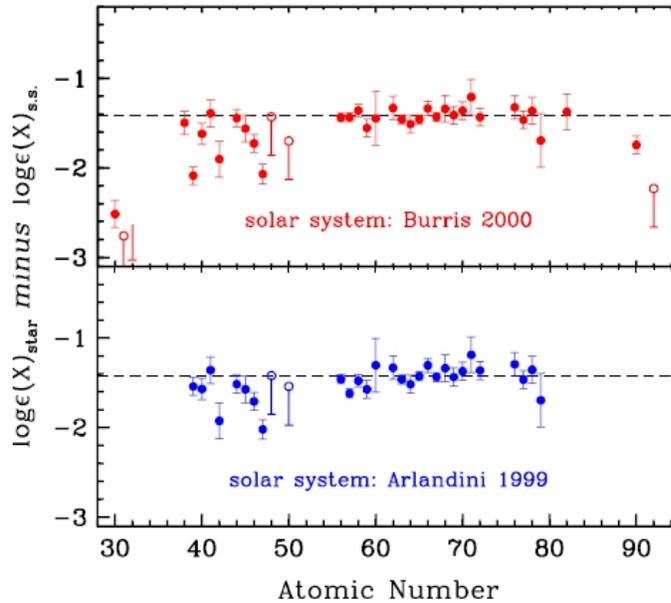


Abbildung 2.8: Unterschiede zwischen Elementhäufigkeiten aus spektroskopischen Untersuchungen des ultra-metallarmen Halosterns CS 22892-052 und der solaren Häufigkeitsverteilung aus zwei verschiedenen Quellen. Man erkennt eine sehr gute Übereinstimmung der Elemente ab $Z=56$, wohingegen die leichteren Elemente auffällig geringer vorliegen [57].

Eine mögliche Erklärung wäre die Einführung zweier r-Prozesskomponenten. Vergleichbar mit dem s-Prozess könnte der schwache („weak“) r-Prozess verantwortlich für die Produktion der leichten Elemente sein, während der starke („strong“ oder „main“) r-Prozess für die Erzeugung der schweren Elemente sorgt [58], [59]. Weiter wird vorgeschlagen, dass

²Sterne, die nicht in der galaktischen Scheibe, sondern in der sie umhüllenden Sphäre, im so genannten Halo, zu finden sind. Diese Sterne sind die ältesten der Galaxie.

ersterer seinen Ursprung in den Heliumzonen explodierender Supernovae hat.

Andere Überlegungen gehen in die Richtung, dass eventuell Supernovae von Sternen verschiedener Massen unterschiedliche r-Prozeshäufigkeiten produzieren [60].

Alternativ dazu wird über die Möglichkeit der Kombination von Supernovaexplosionen und verschmelzenden Neutronensternen als Schauplätze für die beiden r-Prozesse diskutiert.

An dieser Stelle werden weitere spektroskopische Untersuchungen dieser alten Sterne erforderlich sein, um in einem Zusammenspiel mit einer weiteren Verbesserung der r-Prozessmodelle endgültige Aussagen über Natur und Schauplatz des r-Prozesses zuzulassen.

Kapitel 3

Experiment E040 an der GSI

Das Experiment zur Untersuchung der β -Zerfallseigenschaften neutronenreicher Kerne in der Gegend nordöstlich von ^{132}Sn wurde am Fragmentseparator FRS der GSI in Darmstadt durchgeführt. Zur Produktion der Kerne über den Mechanismus der Projektilspaltung wurde ein ^{238}U -Strahl auf ein Bleitarget geschossen. Die durch Spaltung entstandenen Sekundärteilchen wurden daraufhin vom FRS separiert und identifiziert. Anschließend wurden die Kerne durch einen Degradier abgebremsst und in einen Si-Streifendetektor implantiert. Dieser registrierte daraufhin die β -Zerfälle. Zusätzlich wurde ein Neutronendetektor verwendet um β -verzögerte Neutronen zu registrieren.

3.1 Projektilspaltung

Für die Produktion der neutronenreichen, exotischen Kerne wurde der in Abschnitt 1.3.1 beschriebene Mechanismus der Projektilspaltung ausgenutzt. Ein Primärstrahl aus ^{238}U -Kernen wurde vom Schwerionensynchrotron SIS der GSI auf eine Energie von 750 MeV/u beschleunigt und auf ein Bleitarget der Dicke $1,25\text{g/cm}^2$ geschossen. Die hohe Kernladungszahl Z des Targetkerns wurde gewählt, um die für die Spaltung notwendige elektromagnetische Anregung zu begünstigen. Abbildung 3.1 zeigt eine unter den gleichen Versuchsbedingungen gemessene Spaltverteilung, die eine aus der niederenergetischen teilcheninduzierten Spaltung bekannte Verteilung der Spaltfragmente aufweist. Man erkennt hier die bevorzugte Produktion (5%) von Kernen mit geradem Z (odd-even effect) bzw. aufgrund von abgeschlossenen Schalen wie bei Tellur ($Z=52$).

Die Verluste aufgrund der begrenzten Winkelakzeptanz des Separators sind in Abbildung 3.2 schematisch dargestellt. Im Projektilsystem bevölkern die Impulse der Spaltfragmente eine Kugeloberfläche, die im Laborsystem der Oberfläche eines in Flugrichtung gestreckten Ellipsoids entspricht. Der relativ geringe Öffnungswinkel des FRS (15 mrad) hat also zur Folge, dass nur die Projektile den Separator erreichen, die in oder gegen die Flugrichtung spalten. Die senkrecht zur Flugrichtung spaltenden Fragmente gehen für das Experiment

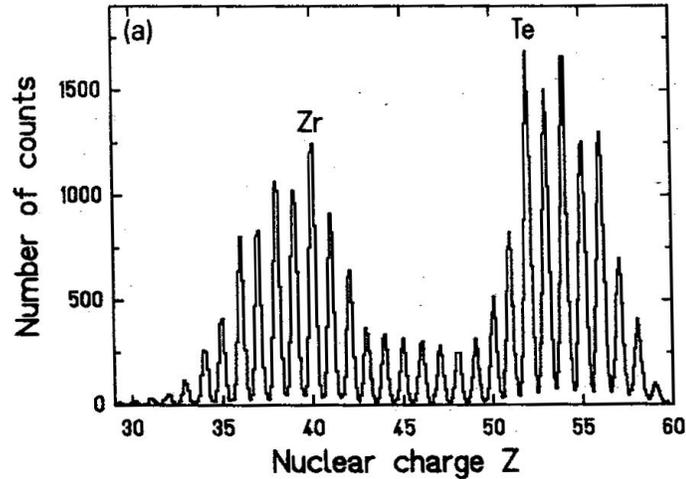


Abbildung 3.1: Elementverteilung der durch Projektilsplattung von ^{238}U erzeugten Isotope [31].

verloren.

Wie ebenfalls in Schema 3.2 angedeutet, führt die Impulsakzeptanz, das heißt die zulässige Spanne der vom Separator trennbaren Impulse, zu einer weiteren Reduzierung der Ausbeute. Der Grund dafür ist der durch die Spaltung auf die Fragmente übertragene Impuls. In Vorwärts- und in Rückwärtsrichtung spaltenden Projektile haben einen so großen Impulsunterschied, dass nur eine der Komponenten im FRS transmittiert werden kann, da die Ablenkradien zu verschieden sind. In der Praxis beschränkt man sich auf die Kerne, die in Vorwärtsrichtung spalten, da die höheren Energien zu einer Steigerung der Auflösung führen. Hält man sich vor Augen, dass die hier betrachtete Massenregion zu einer der beiden Zonen gehört, in der Experimente zum r-Prozess zum jetzigen Zeitpunkt überhaupt möglich sind, wo also der r-Prozesspfad nahe genug an das „Tal der Stabilität“ heranläuft, so erkennt man bereits an dieser Stelle die Schwierigkeiten, die in Experimenten zum r-Prozess bewältigt werden müssen.

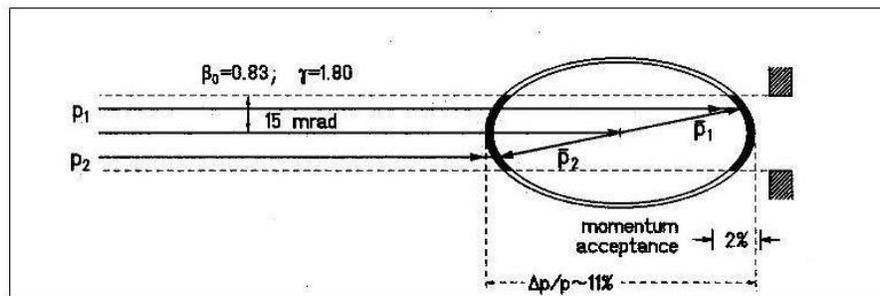


Abbildung 3.2: Impulsiagramm zur Projektilsplattung bei relativistischen Energien [31].

3.2 Teilchenidentifikation

Die im Bleitarget entstandenen Teilchen erreichen mit hohen Energien das Separatorsystem des FRS. Der FRS besteht aus vier Dipolmagneten, die die Sekundärteilchen aufgrund ihrer verschiedenen Massen trennen. Während des Experiments wurde der FRS im achromatischen Modus gefahren, das heißt die Einstellungen der Magneten wurden so gewählt, dass Ionen in der zweiten Fokalebene (hinter dem zweiten Dipolmagneten) nach Impulsen separiert und in der vierten Fokalebene (nach dem vierten Dipolmagneten) wieder auf einen Punkt fokussiert werden.

Die Identifikation der Ionen, also die Bestimmung von Kernladung Z und Atommasse A , geschah mit der sogenannten $B\rho$ - ΔE -TOF-Methode für jedes Teilchen. Man bestimmt die magnetische Steifigkeit ($B\rho$) über das Ablenkverhalten des jeweiligen Kerns im magnetischen Feld nach dem zweiten und nach dem vierten Magnet, sowie über die Messung des Energieverlusts ΔE und der Geschwindigkeit v .

Abbildung 3.3 zeigt ein Schema des FRS inklusive des im Experiment verwendeten Detektoraufbaus.

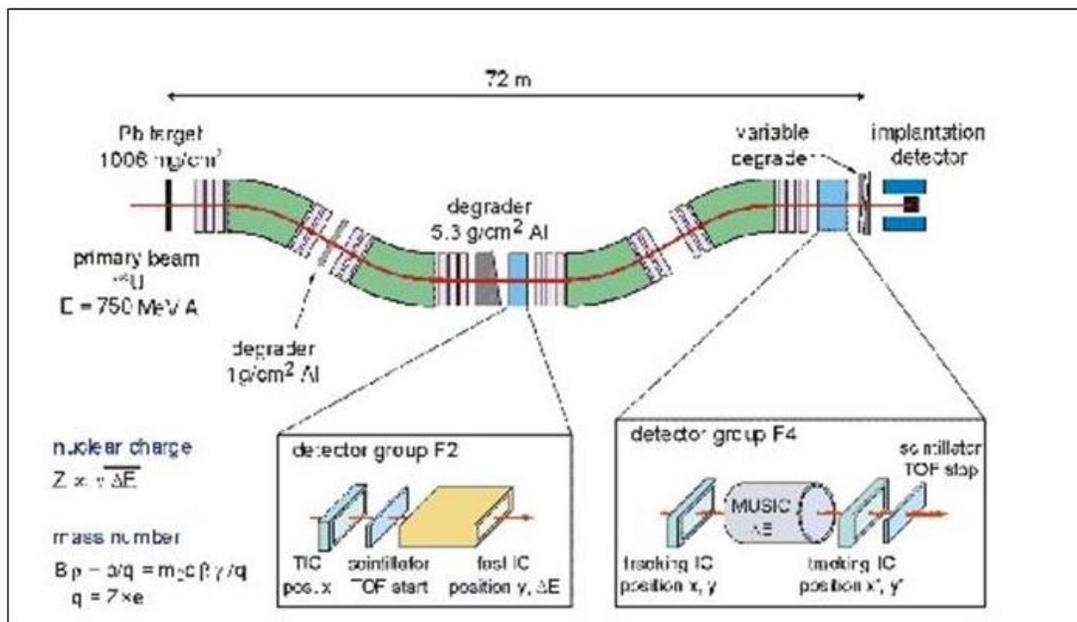


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau des Fragment separators FRS während des Experiments (Erklärung siehe Text).

3.2.1 Bestimmung der Masse

Die Bestimmung der Masse wird durch Messung der magnetischen Steifigkeit $B\rho$ sowie der Geschwindigkeit der Kerne erreicht.

Das Gleichgewicht von Lorentz- und Zentripetalkraft führt für relativistische Teilchen der Masse A und Ladung Q auf die Beziehung:

$$\frac{A}{Q} = \frac{B\rho}{c\beta\gamma} \quad (3.1)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit und ρ der Ablenkradius der Ionen im Magnetfeld der Stärke B ist. Die Größen β und γ sind definiert als $\beta = v/c$ und $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1-\beta^2}}$. Für die magnetische Steifigkeit von Ionen in einem (achromatischen) Separator gilt:

$$B\rho = B\rho_0 \left(1 + \frac{X_{S4} - f_{mag}X_{S2}}{f_{disp}} \right) \quad (3.2)$$

ρ_0 ist der Ablenkradius eines Kerns, der die Anordnung auf zentraler Bahn passiert. Wie später diskutiert wird, wurde das Isotop, auf das der Separator zentriert ist, im Verlauf des Experiments mehrfach geändert, um die Ausbeute verschiedener Isotope gezielt zu steuern. Daher ändert sich auch ρ_0 . Dieser Wert ist sozusagen ein Inputparameter im Separatorsetting. X_{S2} und X_{S4} sind die Ortskoordinaten des jeweiligen Kerns in der zweiten (S2) bzw. vierten (S4) Fokalebene, die mit Hilfe von Ionisationskammern (TIC bzw. tracking IC) bestimmt wurden. Dispersion f_{Disp} und Vergrößerung (magnification) f_{Mag} des ionenoptischen Systems wurden zuvor in einem separaten Durchlauf mit Hilfe eines ^{129}Xe Primärstrahls (ohne Target) durch Variation des magnetischen Feldes bzw. Variation des Ortes des Primärstrahls gemessen. Man erhielt folgende Werte: $f_{Disp} = 7605,0 \text{ mm/part}$, $f_{Mag} = 1,132 + -0,004$

Die Geschwindigkeit β wurde über eine Flugzeitmessung (time of flight, TOF) zwischen S2 und S4 unter Verwendung zweier Plastiksziintillatoren (TOF start, TOF stop) bestimmt:

$$\beta = \frac{L_{eff}}{t_{TOF} \cdot c} \quad (3.3)$$

Die effektive Flugstrecke L_{eff} , die die Teilchen in der Zeit t_{TOF} zurücklegen, kann über die Beziehung:

$$L_{eff} = L_0 + c_2 X_{S2} + c_4 X_{S4} + c_A A_{S4} \quad (3.4)$$

bestimmt werden. L_0 ist die Strecke, die ein Teilchen auf zentraler Linie von S2 nach S4 durchlaufen. X_{S2} und X_{S4} sind wieder die Ortskoordinaten und A_{S4} ist der Winkel relativ zur Zentrallinie in S4. Dieser wird experimentell mit Hilfe einer wiederholten Ortsmessung in S4 bestimmt. In die Koeffizienten c_2 , c_4 , c_A gehen theoretisch die verschiedenen Matrixelemente des ionenoptischen Systems ein. Praktisch wurden diese Werte in separaten Durchläufen basierend auf folgende Kriterien optimiert:

- Übereinstimmung des A/Q Verhältnisses mit vorher berechneten Werten, basierend auf den Vorhersagen aktueller Massentabellen [61].

- Minimierung der Größe des A/Q Peaks, um eine optimale Teilchenidentifikation zu erreichen.

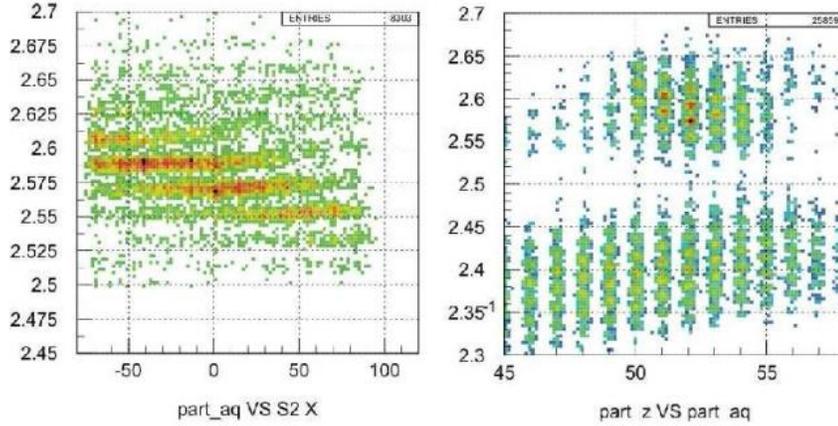


Abbildung 3.4: Beispiel für die als Kalibrierung vorgenommene Anpassung. Zu sehen ist das Resultat einer Kalibrationsmessung mit einem ^{129}Xe Strahl ohne Target. Man erkennt hier die Komponenten verschiedener Xe-Isotope bei unterschiedlichen Massen. Um die Beiträge der einzelnen Isotope in der Teilchenidentifikationsmatrix unterscheiden zu können, muss das Verhältnis A/q (Y-Achse) unabhängig vom Durchflugsort (X-Achse) der Detektoren in S_2 und S_4 sein (links). Anpassung der Kalibrierungsparameter für die Positionsmessung sorgt für eine Korrektur dieser detektorbedingten Unterschiede. Die Folge ist eine schärfere Trennung der Isotope (rechts).

Es ergaben sich die Werte:

- $c_{S_2} = 0,1702$
- $c_{S_4} = -0,035$
- $c_A = -8890$

3.2.2 Bestimmung der Kernladungszahl

Die Kernladungszahl wurde über eine wiederholte Messung des Energieverlusts in der Ionisationkammer, sowohl in S_2 wie auch in S_4 , erreicht. Der Energieverlust dE/dx der Ionen wird beschrieben durch die Bethe-Bloch-Formel [62]:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right] \quad (3.5)$$

Im Bereich $0,6 < \beta < 0,9$ kann die folgende Approximation verwendet werden:

$$\frac{dE}{dx} = \left(\frac{Z}{C_Z} \right)^2 \left(\frac{\beta_0}{\beta} \right)^c \quad (3.6)$$

Die Konstanten β_0 und c wurden in mehreren Durchläufen unter Ausnutzung der aus den TOF-Messung erhaltenen Geschwindigkeiten β bestimmt. Die, nicht zwingend notwendige, Wiederholung der ΔE -Messung dient dazu sicherzustellen, dass die betrachteten Kerne nicht auf dem Weg von S2 nach S4 Kernreaktionen eingehen und sich eine bereits bestimmte Kernladung wieder ändert. Des weiteren soll der gemittelte Wert der beiden Messungen die Präzision erhöhen.

Im folgenden Verlauf der Analyse werden nur Ereignisse berücksichtigt, für die beide Messungen auf identische Kernladungszahlen führen.

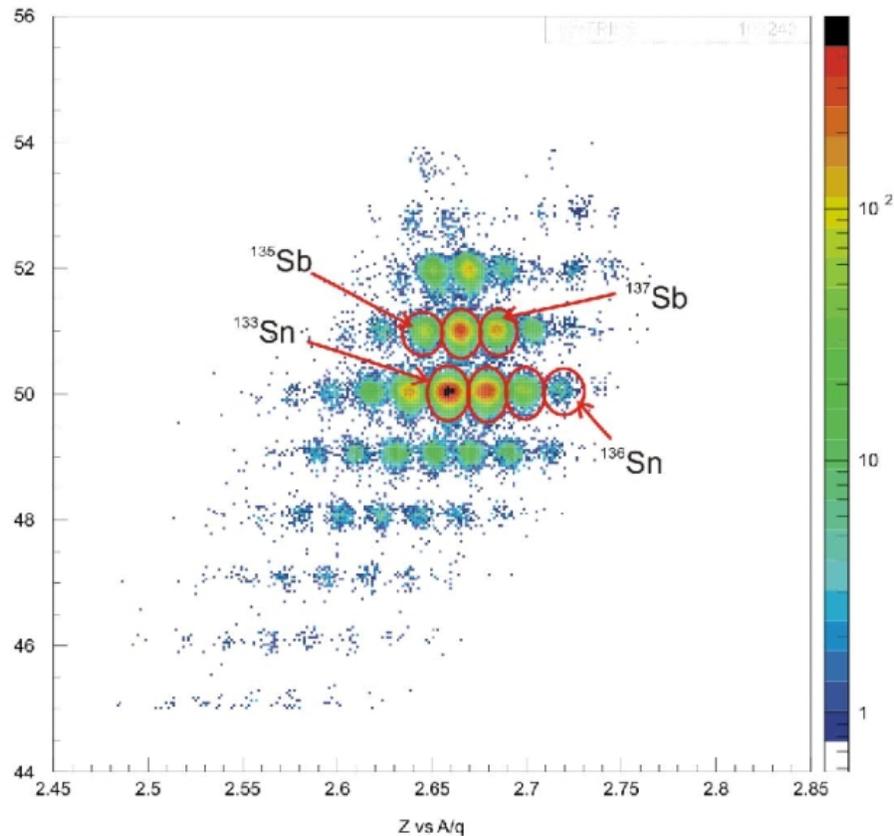


Abbildung 3.5: Teilchenidentifikationsmatrix eines auf ^{136}Sn zentrierten Durchlaufs.

Auf die oben beschriebene Weise erhält man für jedes Ereignis, das heißt jedes implantierte Ion, das Verhältnis A/Q sowie die Kernladungszahl Z .

Aufgrund der hohen Energien kann man von einer vollständigen Ionisierung der Kerne ausgehen, sodass $Q=Z$ gilt, womit die Masse A eindeutig bekannt ist.

Trägt man diese beiden Größen gegeneinander auf, so ergibt sich das charakteristische Bild der Teilchenidentifikation aller Ereignisse eines Versuchsdurchlaufs (Abb. 3.5, 3.6). Jeder Fleck besteht aus den detektierten Ereignissen eines Isotopes.

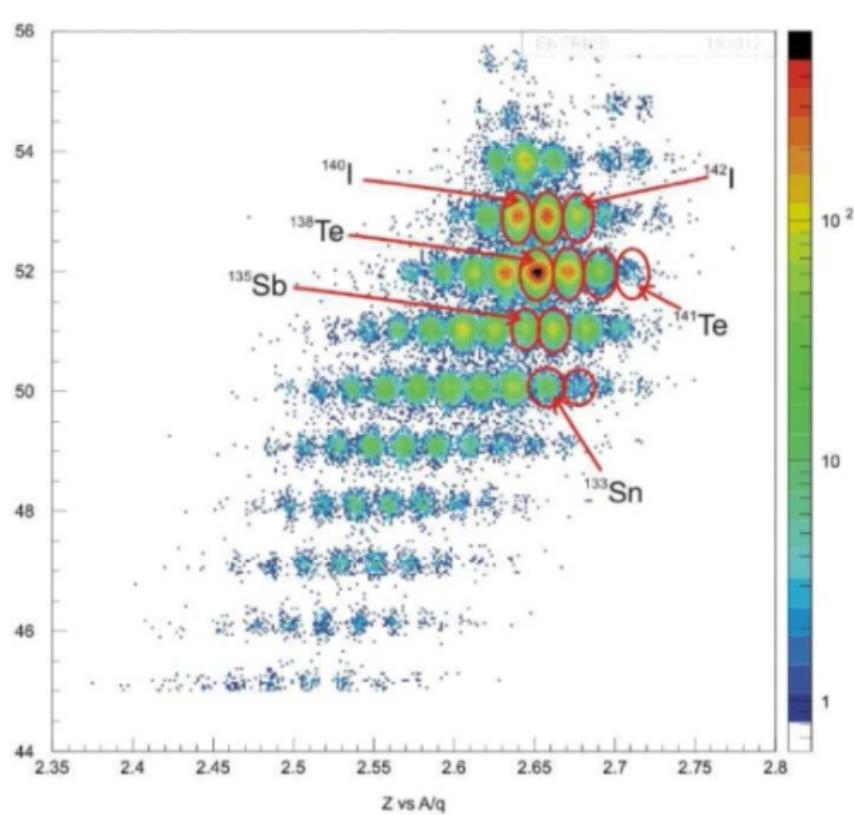


Abbildung 3.6: Teilchenidentifikationsmatrix eines auf ^{140}Te zentrierten Durchlaufs.

3.3 Detektoren

Nachdem die Spaltfragmente die vier Dipolmagnete des FRS passiert haben, werden sie in einem Degradier abgebremst und sollen in einem Silizium-Streifen-Detektor abgestoppt und implantiert werden. In diesem wird dann auch der β -Zerfall des jeweiligen Kerns und mitunter auch der Zerfall der nächsten Isobaren registriert. Zusätzlich ist der β -Detektor umgeben von einem Neutronenzähler der die als Folge des β -Zerfalls emittierten, Neutronen messen soll. Im Folgenden wird dieses Detektorsystem in Aufbau und Wirkungsweise beschrieben.

Die Abbildung 3.7 zeigt schematisch den Detektoraufbau in der S4 Fokalebene. Die Vieldrahtproportionalkammern (MWPC) dienen der Orts- und Winkelmessung und liefern zusammen mit dem Szintillator die notwendigen Daten für die Bestimmung der Kernmassen (bzw. A/Q). Die Ionisationskammer „MUSIC“ wird zur erneuten Energieverlustmessung benutzt. Nach Passieren des Degradiers und dem damit verbundenen Verlust eines Großteils ihrer kinetischen Energie, gelangen die Ionen in ein System aus sechs Silizium-Streifen-Detektoren.

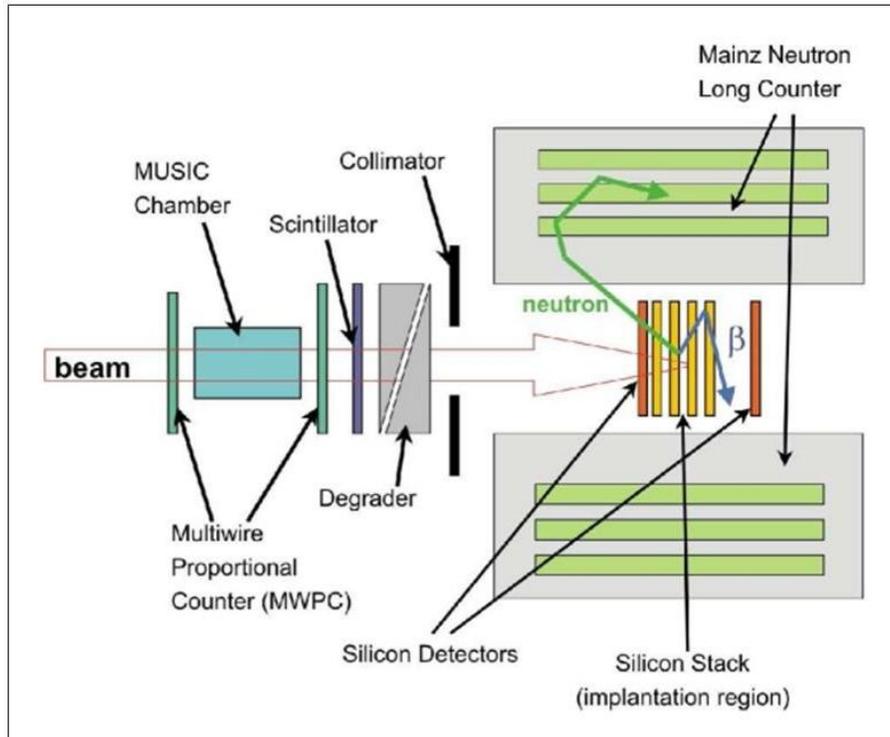


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung des Detektoraufbaus in der F₄-Fokalebene des FRS.

3.3.1 Tracking-Silicon-Strip-Detector (TSi)

Der erste Detektor ist ein beidseitig segmentierter Silizium-Streifen-Detektor. Dabei sind 128 Streifen vertikal nebeneinander platziert, um den genauen Durchflugsort in X Richtung zu erhalten. Auf der Rückseite befinden sich 32 horizontal angebrachte Streifen für die Messung der Position in Y Richtung.

Die Streifen sind über eine Kette von Widerständen verbunden und werden auf beiden Seiten ausgelesen (vgl. Abb. 3.8). Die beim Durchflug der Ionen in den Detektoren erzeugte Ladung, wird so auf beide Seiten der Datenauslese aufgeteilt, wobei das Verhältnis der beiden gemessenen Ladungen dem Verhältnis der Widerstände entspricht. Man erhält also den genauen Ort über die Beziehung:

$$x = \left(\frac{l - r}{l + r} \right) * scale + offset \quad (3.7)$$

Dieses Vorgehen hat zur Folge, dass man ein Ereignis nur eindeutig detektieren kann, wenn alle vier Kanäle (oben und unten für die Position in X, sowie rechts und links für die Position in Y) ein gültiges Signal liefern. Die Verstärkung der Signale des TSi ist gering, da das von den schweren Kernen erzeugte Signal bereits relativ stark ist, verglichen mit den Signalen der Elektronen aus den β -Zerfällen. Durch diese schwache Verstärkung wird

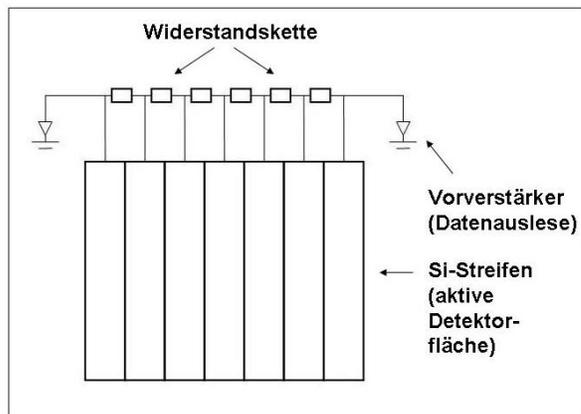


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung der Widerstandskette zur Bestimmung des genauen Durchflugortes im Si-Streifendetektor.

dafür gesorgt, dass der TSi nur sensitiv für schwere Ionen ist, d.h. er registriert keine Zerfallsereignisse, da diese unterhalb einer festgelegten Schwelle liegen.

3.3.2 β -Detektor

Nach dem TSi folgen vier, ebenfalls doppelseitig segmentierte, Si-Streifendetektoren („Stack“). In einem der vier Detektoren sollen die Ionen zum Stillstand kommen und implantiert werden. Die 64 vertikalen Streifen für die Bestimmung der Position in X haben eine Breite von jeweils 0,3 mm und werden mit hoher Verstärkung einzeln ausgelesen.

Die hohe Verstärkung führt dazu, dass nur β -Elektronen ein verwertbares Signal liefern, da der Puls von schweren Kernen über einem angepassten Schwellwert liegt und nicht aufgezeichnet wird.

Aufgrund der Einzelauslese aller Streifen sind die Stack-Detektoren in der Lage, eine Vielzahl von Signalen simultan zu registrieren, weil die von der Elektronik hervorgerufene Totzeit so nur die jeweils betroffenen Streifen blockiert und alle anderen Streifen sensitiv bleiben.

Im Gegensatz dazu sind die 16 waagerechten Streifen auf der Rückseite für die Bestimmung der Position in Y mit einer Breite von 1,5 mm grober segmentiert. Darüber hinaus wird das Signal der Y-Streifen aufgeteilt, um sowohl die Position des Zerfalls mit hoher Verstärkung einzeln auslesen zu können, wie auch den Ort der Implantation der Kerne mit geringer Verstärkung über eine Widerstandskette, analog dem Vorgehen beim TSi, überprüfen zu können.

Betrachtet man die im Detektor deponierte Energie, so lässt sich der genaue Ort der Implantierung bestimmen. Die $1/\beta^2$ Abhängigkeit des Energieverlusts geladener Teilchen in Materie (Bethe-Bloch-Formel) sorgt für einen steilen Anstieg des Energieverlusts für kleine Energien. Hat ein Teilchen also durch sukzessiven Energieverlust eine hinreichend geringe

Restenergie, so wird es diese im Allgemeinen komplett abgeben, was ein deutlich größeres Signal erzeugt als beim Durchflug.

3.3.3 Veto-Detektor

Der letzte der sechs Siliziumdetektoren hat lediglich die Aufgabe, alle Teilchen, die durch das gesamte System durchgekommen sind zu registrieren, um diese Ereignisse aus der weiteren Analyse auszuschließen. Dadurch wird verhindert, dass dem verlorenen Kern fälschlicherweise koinzidente Zerfälle zugeordnet werden.

3.3.4 Neutronendetektor

Neben der Halbwertszeit ist auch die Wahrscheinlichkeit einer β -verzögerten Neutronenemission (P_n) ein wichtiger Parameter für das Verständnis, der aus dem r-Prozess resultierenden Häufigkeitsverteilung. Kommt am Ende des r-Prozesses der Neutronenfluss zum Erliegen, so sorgen β -Zerfälle dafür, dass die gebildeten neutronenreichen Kerne in stabile Nuklide zerfallen, die letztlich die heute beobachtete Verteilung der Elemente bilden. Kommt es jedoch nach einem β -Zerfall zur Emission eines Neutrons, so endet der Kern (Z, A) in der benachbarten Isobarenkette ($Z, A-1$) und beeinflusst daher die endgültige Häufigkeitsverteilung der Elemente. Demzufolge ist die Kenntnis der P_n -Werte von großem Interesse.

Zu diesem Zweck wurde der β -Detektor von einem Neutronendetektor umgeben, um die spontan nach einem Zerfall emittierten Neutronen nachzuweisen. Der verwendete „Mainz Neutron Long Counter“ besteht aus drei konzentrischen Ringen von insgesamt 64 mit ^3He -Gas gefüllten Proportionalzählrohren, eingebettet in eine Parafin-Matrix [63].

Parafin hat, aufgrund des hohen Anteils an Wasserstoff, gute Moderatoreigenschaften für Neutronen (elastische Stöße gleich schwerer Körper) und ist deshalb gut geeignet, um Neutronen abzubremesen. Die Idee des Neutronennachweises ist die Folgende.

Die von den neutronenreichen Kernen emittierten Neutronen verlassen den β -Detektor und werden im Parafin auf thermische Energien abgebremst und dringen in eines der Zählrohre ein. Die langsamen Neutronen haben einen erhöhten Wirkungsquerschnitt für eine Einfangreaktion des ^3He -Gases, bei der ein Proton frei wird:



Dieses Proton ionisiert nun das Zählgas. Die Ionen werden zum Zählendraht hin beschleunigt und erzeugen so eine sekundäre Ladungslawine, welche letztlich ein Signal am Zählendraht induziert. Dieses wird verstärkt und von der Elektronik registriert. Eine Koinzidenzschaltung des Zerfallsdetektors mit dem Neutronendetektor ermöglicht also eine quantitative Bestimmung der β -verzögerten Neutronen.

3.4 Analyse der Daten

3.4.1 Auswertung der experimentellen Daten

Wie bereits erwähnt, sollen die im FRS identifizierten Kerne, nachdem sie mit Hilfe eines Degraders abgebremst wurden, in den β -Detektoren endgültig zum Stillstand gebracht und implantiert werden.

Identifizierung von Implantationen

Um ein Ereignis als gültige Implantation akzeptieren zu können, werden folgende Bedingungen gestellt:

- die beiden Ionisationskammern in S2 und S4 müssen gültige Signale und das gleiche Z gemessen haben
- alle Vieldraht-Proportionalkammern zur Orts- bzw. Winkelbestimmung müssen gültige Signale aufweisen
- beide Szintillatoren für die Geschwindigkeitsmessung haben ein gültiges Signal gemessen
- der „Tracking Silicon“-Detektor zeigt ein klares Signal in X und Y Richtung (das heißt für die Kanäle für oben, unten, rechts, links) für ein Ereignis innerhalb der „aktiven Region“ der folgenden Si-Stack-Detektoren
- das Energieverlustsignal einer der vier Si-Stack-Detektoren zeigt eine gültige Implantation

Da die Nachweiswahrscheinlichkeit aller Detektoren beschränkt ist, führen diese notwendigen Bedingungen bereits zu einer deutlichen Reduzierung der Implantationsereignisse. Nur die Ereignisse für die all diese Kriterien gelten, werden in der folgenden Analyse berücksichtigt.

Identifikation von Zerfallsereignissen

Um ein Ereignis als Zerfall identifizieren und es vom Rauschen sowie von leichten Teilchen aus dem Strahl („Spill“) unterscheiden zu können, müssen auch hier einige Bedingungen erfüllt sein:

- Das Signal von X und Y Streifen muss oberhalb der für diesen Streifen bestimmten Schwelle liegen. Diese Schwelle wurde zuvor für jeden Streifen aller Detektoren bestimmt, um klar Signal von Rauschen unterscheiden zu können.

- Die gesamte in allen X Streifen registrierte Energie muss unterhalb eines Schwellenwertes liegen. Diese Schwelle wurde zuvor für Ereignisse gemessen, die eindeutig leichten, geladenen Teilchen aus dem Strahl zugeordnet werden konnten, um diese bei der späteren Analyse ausschliessen zu können.

Erfüllt ein Ereignis diese beiden Kriterien, so wird es durch alle vier Si-Zerfallsdetektoren zurückverfolgt. Passiert ein Teilchen alle Detektoren in einer geraden Linie (Abweichung in Detektor 2-4 ist kleiner als 1,1 mm) und liegt die Energiesumme dieser X Streifen höher als ein noch strenger gewählter oberer Schwellwert, so wird das Ereignis als leichtes, geladenes Teilchen aus dem „Spill“ zurückgewiesen. Alle anderen Signal werden als β -Ereignis interpretiert und stehen für die Korrelation mit implementierten Kernen zur Verfügung.

Korrelation von Implantation und Zerfall

Im Folgenden sollen die als Zerfall akzeptierten Signale den vorher identifizierten Kernen zugeordnet werden. Dazu müssen beide Ereignisse sowohl räumlich wie auch zeitlich korreliert sein.

Zu diesem Zweck wurde ein Zeitfenster von zehn Sekunden gewählt, was bei erwarteten Halbwertszeiten in der Größenordnung von Sekunden ausreichend ist, um in einer anschließenden Analyse alle Zerfallsereignisse zu berücksichtigen. Von der Position der Implantation ausgehend, werden alle Zerfälle, die

- im gleichen oder den nächsten zwei benachbarten X Streifen ($\pm 0,6\text{mm}$)
- im gleichen oder dem direkt benachbarten Y Streifen ($\pm 1,5\text{mm}$)
- innerhalb der Korrelationszeit

detektiert wurden, als Zerfall des jeweiligen Kerns interpretiert. Auf diese Weise erhält man im Optimalfall eine Zerfallskette, bestehend aus den Zerfällen der benachbarten Isobaren eines zuvor produzierten und identifizierten Kerns.

3.4.2 Zerfallskurven

Ausgangspunkt für die Ermittlung der Halbwertszeiten ist die Spanne zwischen Implantations- und Zerfallszeiten jedes Kerns, der dem jeweiligen Isotop zugeordnet wurde. Die Differenz dieser beiden Zeiten stellt die „Wartezeit“ eines Kerns im β -Detektor dar, die nach Implantation (also näherungsweise nach Produktion des Nuklids) vergangen ist.

Erstellung und Fit der Zerfallskurven

Zur Erstellung der Zerfallskurven wird im Folgenden die zugrundeliegende Korrelationszeit von 10 sec in Intervalle von 100 ms aufgeteilt und alle gemessenen Zerfallsereignisse

entsprechend ihrer Zerfallsdauer diesen Intervallen zugeordnet. Trägt man die Anzahl pro Intervall gegen die Zeit auf, so erhält man die Zerfallskurven des entsprechenden Isotopes. Zur Bestimmung der Halbwertszeit aus dieser Kurve wird eine Zerfallsfunktion, bestehend aus den Beiträgen von drei Zerfallsgenerationen (Mutter, Tochter und Enkelin) plus einer Untergrundkomponente, an die Daten angepasst. Die mathematische Beschreibung dieser Beiträge ist durch die Bateman-Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned}
 N_1(\lambda_1, t) &= N_0 \cdot (1 - e^{-\lambda_1 \cdot t}) \\
 N_2(\lambda_1, \lambda_2, t) &= N_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{1}{\lambda_1} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t} - \frac{1}{\lambda_2} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} \right] \right\} \\
 N_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) &= N_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \cdot \right. \\
 &\quad \left. \left[\frac{\lambda_3 - \lambda_2}{\lambda_1} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t} - \frac{\lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_2} \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t} + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_3} \cdot e^{-\lambda_3 \cdot t} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

$N_1(t)$, $N_2(t)$ und $N_3(t)$ sind die Beiträge von den Zerfällen der Mutter, Tochter und Enkelin zur Zerfallskurve, ausgehend von der Gesamtzahl an Mutternukliden zum Zeitpunkt $t=0$ (N_0). λ_1 , λ_2 und λ_3 bezeichnen die Zerfallskonstanten für die Isotope der jeweiligen Zerfallsgeneration.

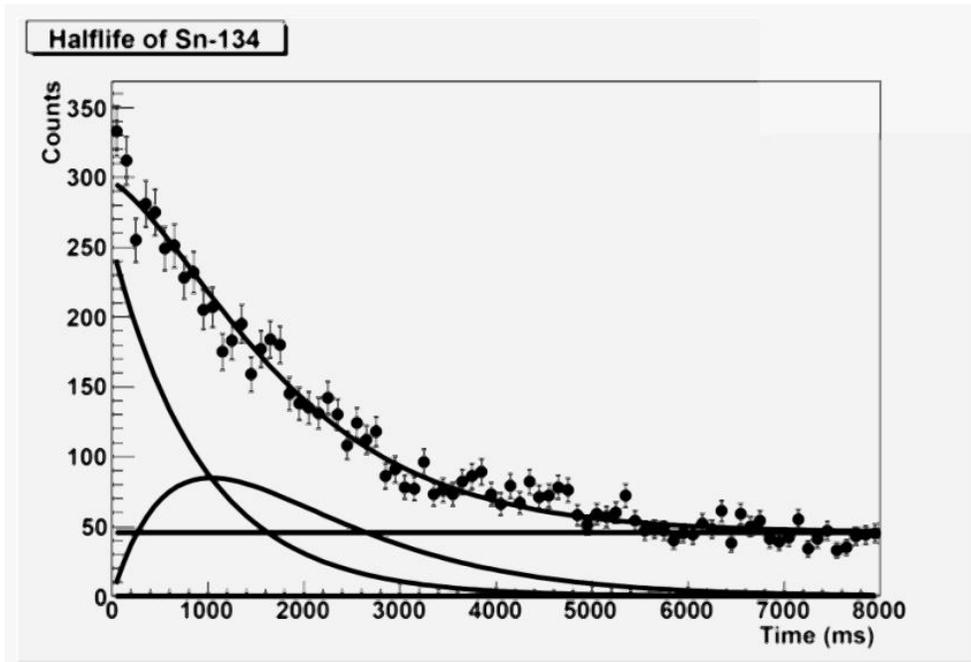


Abbildung 3.9: Zerfallskurve mit Fits der verschiedenen Komponenten. Auffällig sind speziell die Abweichungen der Fitfunktion von den ersten drei Datenpunkten.

Zusätzlich trägt eine weitere (exponentielle) Komponente dem Untergrund aufgrund von zufällig korrelierten Ereignissen Rechnung:

$$B(\lambda_{bck}, t) = N_{0,bck} \cdot e^{-\lambda_{bck} \cdot t} \quad (3.10)$$

In vielen Kurven lässt sich jedoch mit einem konstanten Beitrag ein besseres Ergebnis für den Fit erreichen.

Freie Fitparameter sind N_0 und λ_{Mutter} sowie $N_{0,bck}$ und gegebenenfalls λ_{bck} (sofern ein exponentieller Untergrund benutzt wird). Für die Zerfallskonstanten der Tochter und Enkelin werden Literaturwerte [64] benutzt. In den Fällen, in denen keine experimentellen Daten vorliegen, werden die empfohlenen theoretischen Werte aus QRPA-Rechnungen verwendet [64].

Die Anpassung der Gesamtfunktion an die Daten wird über Minimierung des χ^2 -Wertes vorgenommen. Abbildung 3.9 zeigt ein typisches Beispiel einer solchen Kurve.

Bereits an dieser Stelle lässt sich bei genauem Hinsehen im Bereich von 0-100 ms und bei etwa 4 sec ein grundlegendes Problem erkennen. Stark variierende Untergrundbeiträge sorgen an manchen Stellen der Zerfallskurven zu einem zum Teil deutlichen Anstieg der Zählrate. Deutlicher wird das Problem in Abbildung 3.10.

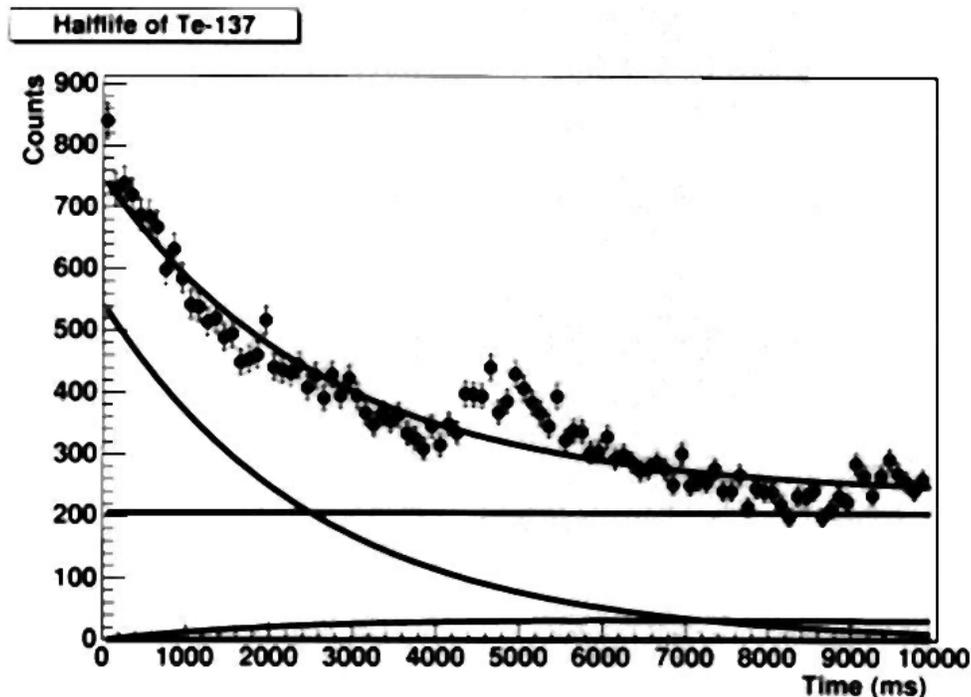


Abbildung 3.10: Zerfallskurve mit Fits der verschiedenen Komponenten für das Isotop ^{137}Te . Aufgrund von erhöhtem Untergrund in den Bereichen um $t=0$ sec, $t=4,5$ sec sowie $t=9$ sec ist eine Anpassung der Funktion an die Daten ungenau.

Das Problem mit dem „Spill“

Die Ursache dieser Untergrundbeiträge ist in der Versuchsdurchführung zu suchen. Die von der Ionenquelle erzeugten Uranionen werden für eine gewisse Zeit im Schwerionensynchrotron SIS gesammelt und auf 750 MeV beschleunigt, bevor sie als Paket aus dem SIS entlassen und auf das Target geschossen werden. Es lässt sich zeigen, dass jedes Paket des Primärstrahls eine, in manchen Streifen des β -Detektors deutliche, Erhöhung des Untergrunds durch leichte geladene Teilchen verursacht.

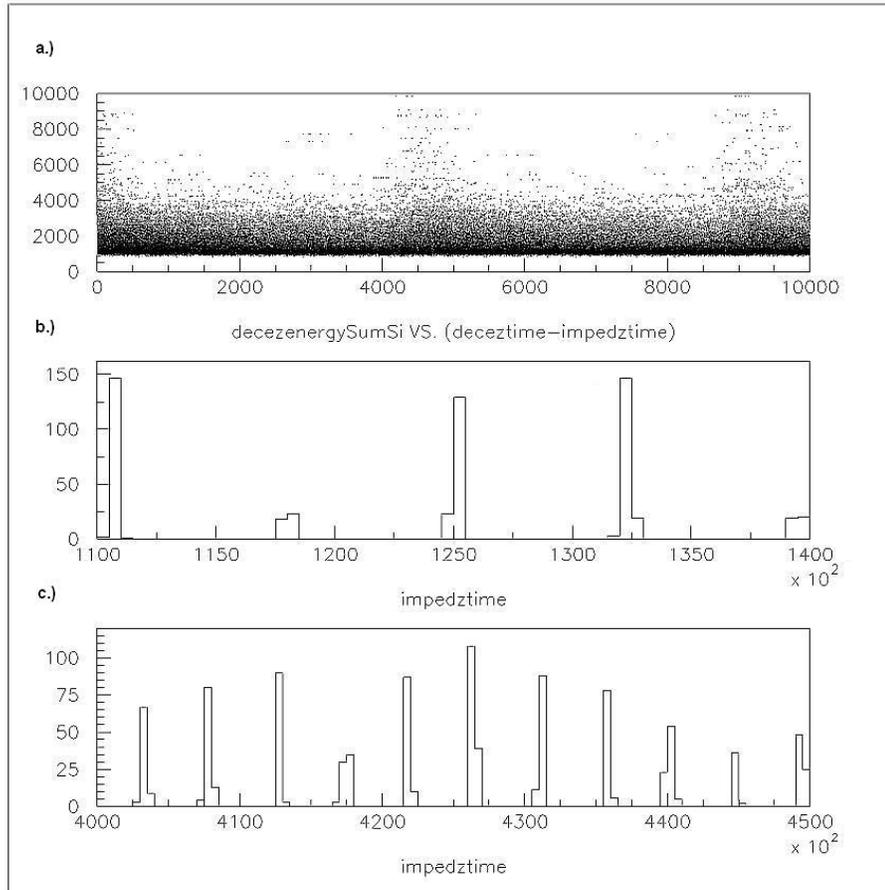


Abbildung 3.11: Die Darstellung im oberen Teil zeigt auf der y-Achse die in allen vier Stackdetektoren deponierte Gesamtenergie eines Ereignisses, das einer vorherigen Implantation zugeordnet wurde. Die x-Achse gibt die Zeit (in ms) nach der entsprechenden Implantation an. Es ist damit die gleiche Skalierung wie bei den zuvor gezeigten Zerfallskurven. Die beiden unteren Abbildungen zeigen die Zahl der Implantationensereignisse, aufgetragen gegen die Zeit (in ms). Hier erkennt man die Spillstruktur des jeweiligen Durchlaufs. In diesem Fall geschieht die Einspeisung des Primärstrahls anfangs (b.) alle 5,5 - 6 sec., später dann (c.) alle 4,5 - 5 sec..

Sie führen zum Teil zu Kernreaktionen oder Streuprozessen innerhalb des Separators und erreichen letztlich den β -Detektor. Dieses Problem ist zwar bekannt und einer Korrektur wird in der Datenauslese Rechnung getragen. Die auftretenden Effekte konnten dadurch

jedoch nicht vollständig unterdrückt werden, sodass es zu einer periodischen Erhöhung des Untergrunds kommt.

Die beiden in Abbildung 3.10 auftretenden „Hügel“ bei $t \approx 4,5 \text{ sec}$ und $t \approx 9 \text{ sec}$ können in ihrem zeitlichen Verlauf mittels Abbildung 3.11 verstanden werden. Im oberen Teil ist die Energiedeposition im Si-Detektor aufgetragen. Die Achse ist wie in den Zerfallskurven an eine Implantation als Startpunkt angepasst. Im unteren Teil sieht man die Zahl der Implantationen, aufsummiert aus allen Streifen, aufgetragen gegen die Zeit. Man erkennt hier, dass in regelmäßigen Abständen Teilchen in den Si-Detektor eingepflanzt werden. Zur gleichen Zeit, das heißt im gleichen zeitlichen Abstand nach einer Implantation, erscheinen in der Darstellung der deponierten Gesamtenergie (Abb. 3.11, oben) Ereignisse, die deutlich mehr Energie abgeben, als Elektronen. Die Dauer eines jeweiligen „Spills“ liegt im Bereich von 1 bis 1,3 Sekunde. Es ist daher davon auszugehen, dass die Beiträge des Untergrunds in den ersten Intervallen der Zerfallskurven ebenfalls deutlich höher sind, als im folgenden Verlauf. Die führt zu einem Fehler in den durch den Fit ermittelten Halbwertszeit.

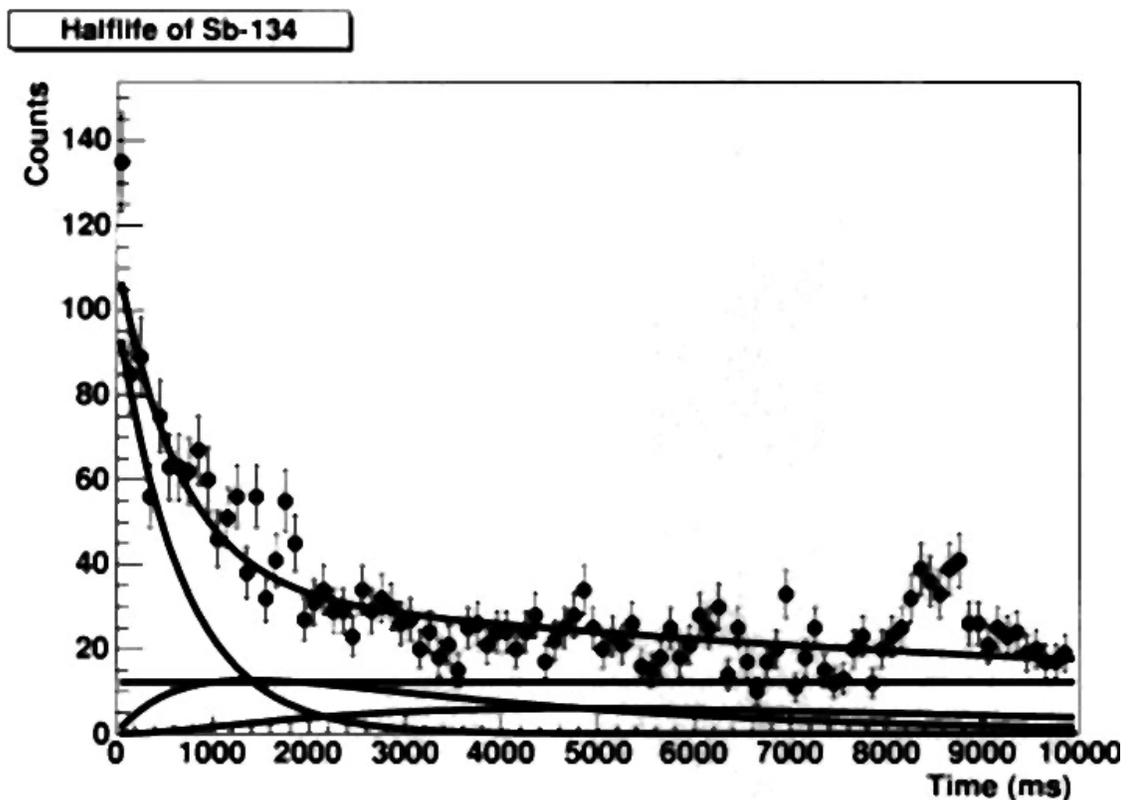


Abbildung 3.12: Zerfallskurve mit Fits der verschiedenen Komponenten für das Isotop ^{134}Sb . Die zuvor geschilderten Probleme mit lokalen Erhöhungen des Untergrunds sind hier auf mehrere Stellen verteilt, da die Beiträge zu diesem Isotop aus verschiedenen experimentellen Durchläufen mit einer unterschiedlichen Spillfrequenz stammen.

In einigen Fällen wird das Problem dadurch verschleiert, dass die Beiträge für manche Isotope aus mehreren Durchläufen mit verschiedenen Separatoreinstellungen und Spillfrequenzen kommen. Die Untergrundbeiträge zeigen sich demzufolge nicht an exakt der gleichen Stelle, sondern gehen je nach aktuellem Abstand zweier Spills (zwischen 5 und 9 Sekunden) zu unterschiedlichen Zeiten ein.

Abbildung 3.12 zeigt den Fall eines Isotops, dessen Beiträge über die gesamte Messzeit aufgenommen wurden. Die Folge ist ein über alle Zeiten verteilt gemittelter Untergrundbeitrag, der einen verlässlichen Fit mit nur einer Untergrundkomponente unmöglich macht. Als Konsequenz aus diesen Resultaten wird eine alternative Methode zur Bestimmung der Halbwertszeit verwendet.

3.4.3 Die Maximum-Likelihood-Methode

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, versagt das Verfahren der Bestimmung der Halbwertszeit aus den Zerfallskurven bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Experiment aufgrund der Untergrundverhältnisse, hervorgerufen durch den Primärstrahl. Es ist also notwendig, den Untergrund „Ereignis für Ereignis“ zu berücksichtigen. Ferner wird es für einige Isotope unerlässlich sein, eine mathematisch vorteilhaftere Methode zu verwenden, da die zum Teil sehr geringe Statistik einen Fit von Zerfallskurven unmöglich macht.

Ein solches Verfahren ist die Methode der höchsten Wahrscheinlichkeit oder auch Maximum-Likelihood Methode (MLH). Sie stellt auch im Falle weniger Messereignisse die mathematisch korrekte Lösung eines Problems dar.

Vorgehen bei eindeutig identifizierbaren Ereignissen

Sei x_i ein Ensemble unabhängig gemessener Ereignisse, die gemäß einer Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x_i, \vec{\alpha})$ verteilt sind, wobei $\vec{\alpha}$ einen unbekanntem Satz von Parametern darstellt. Das Prinzip der MLH-Methode besteht nun darin, den Satz von Parametern $\hat{\alpha}$ zu finden, der die „gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte“

$$\mathcal{L}(\vec{\alpha}) = \prod_i f(x_i, \vec{\alpha}) \quad (3.11)$$

auch Likelihood-Funktion genannt, für alle gemessenen Werte x_i maximiert. [65]

Als kurze Illustration sei hier die Bestimmung der Halbwertszeit eindeutig identifizierbarer Zerfälle beschrieben. Es soll die wahrscheinlichste Zerfallskonstante λ für das Mutterisotop aus einem Ensemble $\Lambda = (t_1, t_2, \dots, t_N)$ von N Messwerten für die Zerfallszeit t_i ermittelt werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für einen Zerfall mit Zerfallskonstante λ zum Zeitpunkt t_i ist gegeben durch :

$$p(\lambda, t_i) = \lambda \cdot \exp[-\lambda \cdot t_i] \quad (3.12)$$

Die Likelihood-Funktion berechnet sich bei statistisch unabhängigen Zerfallszeiten als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeitsdichten:

$$\mathcal{L}(\lambda) = \prod_{i=1}^N p(\lambda, t_i) = \lambda^N \cdot \exp \left[-\lambda \cdot \sum_{i=1}^N t_i \right] \quad (3.13)$$

Verwendet man den Mittelwert der Zerfallszeiten

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i \quad (3.14)$$

so zeigt sich, dass die Likelihood-Funktion nur vom Mittelwert der gemessenen Zerfallszeiten abhängt [66]

$$\mathcal{L}(\lambda, \bar{t}) = \lambda^N \cdot \exp[-\lambda \cdot N \cdot \bar{t}] \quad (3.15)$$

Das Maximum von \mathcal{L} ergibt sich für $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{t}}$, das heißt die wahrscheinlichste Lebensdauer $\bar{\tau} = \frac{1}{\hat{\lambda}}$ ist der Mittelwert der Zerfallszeiten $\hat{\tau} = \bar{t}$.

Eine Fehlerabschätzung erhält man mittels des Verfahrens des Zentralen Konfidenzintervalls. Bei einem Konfidenzintervall der Breite $1 - \epsilon$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Wert außerhalb des Konfidenzintervalls liegt, jeweils auf jeder Seite kleiner oder gleich $\epsilon/2$.

Für den oft verwendeten 1σ -Fehler gilt $1 - \epsilon = 68,27\%$. Zur Bestimmung des Fehlers der Zerfallskonstanten λ muss zunächst die auf eins normierte Likelihood-Funktion \mathcal{L}^* verwendet werden:

$$\mathcal{L}^*(\lambda, \bar{t}) = C \cdot \mathcal{L}(\lambda, \bar{t}) \quad (3.16)$$

mit

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} \mathcal{L}^*(\lambda, \bar{t}) d\lambda = 1 \quad (3.17)$$

Die untere Fehlergrenze λ_u und die obere Fehlergrenze λ_o werden nun so gewählt, dass folgende Gleichungen erfüllt sind [66]:

$$\int_{\bar{t}=1/\hat{\lambda}}^{\infty} \mathcal{L}^*(\lambda_u, \bar{t}) d\bar{t} = \epsilon/2 \quad (3.18)$$

$$\int_{\bar{t}=0}^{1/\hat{\lambda}} \mathcal{L}^*(\lambda_o, \bar{t}) d\bar{t} = \epsilon/2 \quad (3.19)$$

Beschreibung der Methode für uneindeutige Ereignisse

Das im Folgenden beschriebene Verfahren stellt eine Modifikation der klassischen Methode dar. Im Gegensatz zu beispielsweise α - oder γ -Zerfällen, besitzen die gemessenen Ereignisse des β -Zerfalls keine eindeutige Signatur. Der Zerfall des Mutternuklids kann mit dem Zerfall der Tochter oder der Enkelin verwechselt werden. Desweiteren sind die Ereignis-

se einer Zerfallskette nicht als unabhängig anzusehen. Deshalb, sowie aus dem Umstand heraus, dass man auf Grund geringer Statistik keine Informationen verlieren möchte und schon daher die Ereignisse einer ganzen Kette von Zerfällen berücksichtigt, wird in diesem Experiment eine an die Umstände angepasste Variante der MLH-Methode verwendet.

Es wird angenommen, dass alle Ereignisse jeder Zerfallskette zu den ersten drei Generationen (Mutter, Tochter, Enkelin) gehören. Desweiteren wird für jede Kette eine eigene konstante Untergrundrate (s. Anhang) angenommen, um Zufallskoinzidenzen durch unkorrelierte Ereignisse zu berücksichtigen. Auf diese Weise ist es möglich, im Gegensatz zum Vorgehen bei der Zerfallskurvenanalyse, je nach genauem Ort (Detektor, Streifen) sowie Struktur des „Spills“ einen unterschiedlichen Untergrundbeitrag einzuführen.

Die im weiteren Verlauf für die Analyse verwendete Maximum-Likelihood-Methode ist die mathematisch korrekte Methode zur Analyse von Zerfallsdaten aus verzögerten Koinzidenzen. Formal wird der gesuchte Parameter, hier die Zerfallskonstante des Mutterisotops, über eine Maximierung der sogenannten Likelihood-Funktion, in die sämtliche experimentellen Daten einfließen, bestimmt.

Die in der Literatur [67] beschriebene Vorgehensweise für statistisch unabhängige und eindeutig identifizierte Ereignisse muss jedoch deutlich modifiziert werden. Diese an das Experiment angepasste Vorgehensweise wird im Folgenden beschrieben. Anstelle der Wahrscheinlichkeitsfunktion für einen Zerfall innerhalb der Zeitspanne t :

$$F_1(\lambda_1, t) = 1 - \exp(-\lambda_1 \cdot t) \quad (3.20)$$

muss die Wahrscheinlichkeitsdichte dafür einen Zerfall zu exakt der Zeit t :

$$f_1(\lambda_1, t) = \lambda_1 \cdot \exp(-\lambda_1 \cdot t) \quad (3.21)$$

berücksichtigt werden. Sie ergibt sich aus der Ableitung der Wahrscheinlichkeitsfunktion nach der Zeit. λ_1 bezeichnet die Zerfallskonstante für einen Zerfall des Mutternuklids. Analog werden im Folgenden λ_2 bzw. λ_3 für die Zerfallswahrscheinlichkeit der Tochter bzw. Enkelin verwendet.

Für die durch den Zerfall der Mutter erzeugten Tochterkerne gilt die Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$F_2(\lambda_1, \lambda_2, t) = 1 - \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{1}{\lambda_1} \exp(-\lambda_1 \cdot t) - \frac{1}{\lambda_2} \exp(-\lambda_2 \cdot t) \right] \quad (3.22)$$

und demzufolge die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f_2(\lambda_1, \lambda_2, t) = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [\exp(-\lambda_1 \cdot t) - \exp(-\lambda_2 \cdot t)] \quad (3.23)$$

Die Gleichungen für die Enkelin sind im Anhang aufgeführt. Ausgehend von einer kon-

stanten Untergrundrate b werden die Wahrscheinlichkeiten für keinen, einen, zwei usw. Untergrundereignisse mit Hilfe der Poissonstatistik berechnet:

$$B_r = \frac{(b \cdot t_c)^r \cdot \exp(-b \cdot t_c)}{r!} \quad (3.24)$$

wobei r die Anzahl der detektierten Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit t_c bezeichnet. Abhängig von der Anzahl der innerhalb der Korrelationszeit gemessenen Ereignisse müssen alle möglichen Szenarien berücksichtigt werden, die zu den Beobachtungen führen. Für den Fall, dass nach einer Implantation innerhalb der Korrelationszeit kein Zerfall beobachtet wurde, lässt sich die Wahrscheinlichkeit P_0 folgenderweise darstellen:

$$\begin{aligned} P_0(\lambda_1) &= (\bar{D}_1 + D_1 \bar{O}_1 \bar{D}_2 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \\ &= [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \\ &\quad - \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 + F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

In der hier verwendeten Kurzschreibweise steht D_i für das Eintreten eines Zerfalls, das Komplement \bar{D}_i für dessen Ausbleiben. Analog bedeutet O_i , dass ein Zerfallsereignis auch gemessen wurde, \bar{O}_i , dass ein Zerfall nicht beobachtet wurde, obwohl er eintrat. Die Indizes 1, 2, 3 stehen für die Zerfallsgeneration (Mutter, Tochter, Enkelin). Es gilt $\bar{F} = 1 - F$ und $\bar{\epsilon} = 1 - \epsilon$, worin ϵ die Effizienz des β -Detektors bezeichnet. Demnach haben die vier Terme folgende Bedeutung:

- kein Mutterzerfall eingetreten
- Mutterzerfall eingetreten, aber nicht detektiert, kein Tochterzerfall eingetreten
- Mutterzerfall eingetreten, aber nicht detektiert, Tochterzerfall eingetreten aber nicht detektiert, Enkelinzerfall nicht eingetreten
- Mutterzerfall eingetreten, aber nicht detektiert, Tochterzerfall eingetreten aber nicht detektiert, Enkelinzerfall eingetreten aber nicht detektiert.

Zusätzlich wurde bei keiner der Szenarien ein Untergrundereignis detektiert (B_0). Im Falle eines detektierten Zerfallsereignisses sind vier Szenarien denkbar. Der Zerfall der Mutter wurde detektiert, alle weiteren Zerfälle finden entweder nicht statt oder wurden nicht detektiert:

$$P_{101} = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \quad (3.26)$$

Alternativ gibt es die Option, dass Mutter und Tochter zerfallen, aber nur der Tochterzerfall gemessen wird. Die Enkelin zerfällt nicht oder wird nicht detektiert:

$$P_{102} = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \quad (3.27)$$

Alle drei Generationen zerfielen, aber nur die Enkelin wurde gemessen:

$$P_{103} = D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_0 \quad (3.28)$$

Das letzte denkbare Szenario besteht darin, dass der gemessene Zerfall ein zufällig korreliertes Untergrundeignis ist, wobei alle Kombinationen von eingetretenen, aber nicht detektierten Ereignissen zu berücksichtigen sind:

$$P_{104} = (\bar{D}_1 + D_1 \bar{O}_1 \bar{D}_2 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \quad (3.29)$$

Die für die Berechnung der Likelihood-Funktion entscheidenden Wahrscheinlichkeitsdichten für die Beobachtung eines einzelnen Zerfalls innerhalb der Korrelationszeit zum Zeitpunkt t_1 sind im Folgenden aufgelistet:

$$\begin{aligned} p_{101}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \\ &\quad - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1)) \cdot \bar{\epsilon}_2 + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= C_1 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_1) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_0 \\ p_{102}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_1) + F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= C_1 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \epsilon_3] \cdot B_0 \\ p_{103}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_0 \\ p_{104}(\lambda_1) &= C_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \\ &\quad - \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ &= C_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 - F_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \\ &\quad \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \end{aligned}$$

Aus den Wahrscheinlichkeitsdichten aller Szenarien ergibt sich die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte als Summe der einzelnen Dichten:

$$p_1(\lambda_1) = p_{101}(\lambda_1) + p_{102}(\lambda_1) + p_{103}(\lambda_1) + p_{104}(\lambda_1) \quad (3.30)$$

Die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte für die Fälle zweier bzw. dreier detektierter Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit sind im Anhang im Detail angegeben.

Die Konstante C_1 wird eingeführt, um die Normierungsbedingung

$$\int_0^{t_c} p_1(\lambda_1, t_1) dt_1 = 1 \quad (3.31)$$

zu erfüllen.

Alle Zerfallsereignisse bestehen aus einem ($n_i=1$), zwei ($n_i=2$) oder drei ($n_i=3$) Zerfallser-

eignissen. Aus diesem Grund wird erst die Likelihood-Funktion

$$\mathcal{L}_{123}(\lambda_1) = \prod_{i=1}^{N_{123}} (\delta(n_i - 1) \cdot p_1(\lambda_1) + \delta(n_i - 2) \cdot p_2(\lambda_1) + \delta(n_i - 3) \cdot p_3(\lambda_1)) \quad (3.32)$$

für N_{123} beobachtete Zerfallsketten maximiert:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{123}(\lambda_1)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad (3.33)$$

Die nach diesem Prinzip wahrscheinlichste Zerfallskonstante λ_1 muss nachträglich für den Fall korrigiert werden, dass kein Zerfallsereignis innerhalb der Korrelationszeit beobachtet wurde, da auch diese Wahrscheinlichkeit von λ_1 abhängt

$$N_0 = \frac{P_0(\lambda_1)}{1 - P_0(\lambda_1)} \quad (3.34)$$

Um die Lösung $(\lambda_1)_{i+1}$ für die Maximierung der Likelihood-Funktion zu finden, wird eine iterative numerische Methode benutzt, bis λ_1 konvergiert:

$$\mathcal{L}_{(j+1)} = \mathcal{L}_{123}(\lambda_1) \cdot P_0(\lambda_1)^{N_0(\hat{\lambda}_{1j})} \quad (3.35)$$

Der so ermittelte Wert ist die wahrscheinlichste Zerfallskonstante für den zugrundeliegenden Datensatz.

Fehlerabschätzung der Maximum-Likelihood Methode

Bei einer hinreichend großen Zahl von Zerfallsketten hat die Wahrscheinlichkeitsverteilung, also die Likelihood-Funktion, die Form einer Gaußkurve um den wahrscheinlichsten Wert $\hat{\lambda}$. In diesem Fall kann der Fehler der Zerfallskonstante in einem 68,27% Konfidenzintervall als die 1σ -Breite der Gaußkurve angegeben werden.

Anders ist die Situation bei wenigen Ereignissen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung wird nun unsymmetrisch bezüglich des Maximums und es muss das in den Gleichungen 3.18 beschriebene Verfahren verwendet werden, mit der Modifikation, dass jetzt die Abhängigkeit der Likelihood-Funktion von den beobachteten Zerfallsereignissen nicht mehr auf die mittlere Zerfallszeit reduziert werden kann. $\mathcal{L}(\lambda, \Lambda)$ hängt nun von der Gesamtheit aller Zerfallsmuster ab [68]. Die in Gleichung 3.18 beschriebene Integration von \mathcal{L}^* über $d\bar{t}$ muss durch eine Summation über Ensembles Λ von Zerfallsketten der gleichen Signifikanz ersetzt werden, die durch die jeweilig wahrscheinlichste Zerfallskonstante $\hat{\lambda}$ gekennzeichnet sind. Als Näherung kann hier angenommen werden, dass $\mathcal{L}(\lambda, \tau)$ bei Variation von Λ seine

Form nicht ändert, sondern nur in der λ -Koordinate skaliert wird [66]:

$$\mathcal{L}'(\lambda, \hat{\tau}_\Lambda) = \mathcal{L}\left(\frac{\hat{\tau}_\Lambda}{\hat{\tau}_{T_m}} \cdot \lambda | \Lambda_m\right) \quad (3.36)$$

$\hat{\tau}_{\Lambda_m} = 1/\hat{\lambda}_{\Lambda_m}$ ist die wahrscheinlichste Lebensdauer aus dem Ensemble Λ_m der gemessenen Zerfallsketten, während $\hat{\tau}_\Lambda$ die erwartete Lebensdauer aus einem variierten Ensemble gleicher Signifikanz kennzeichnet. \mathcal{L}' soll immer gemäß Gleichung 3.17 normiert sein. Dann lassen sich die Fehlergrenzen der Zerfallskonstante über die Integrale:

$$\int_{\hat{\tau}_\Lambda=1/\Lambda_m}^{\infty} \mathcal{L}'(\lambda_u, \hat{\tau}_\Lambda) d\hat{\tau}_\Lambda = \epsilon/2 \quad (3.37)$$

$$\int_{\hat{\tau}_\Lambda=0}^{1/\hat{\lambda}_{\Lambda_m}} \mathcal{L}'(\lambda_o, \hat{\tau}_\Lambda) d\hat{\tau}_\Lambda = \epsilon/2 \quad (3.38)$$

bestimmen. Eine angemessene Vorgehensweise zu Überprüfung der Gültigkeit der hier geschriebenen Näherung, sowie allgemein des dargestellten Verfahrens zur Bestimmung von Zerfallskonstanten, wird im Abschnitt 3.5.2 diskutiert.

3.5 Ergebnisse des Experiments und Diskussion der Daten

Auch wenn die im vorigen Abschnitt beschriebene Maximum-Likelihood-Methode im Bezug auf mathematische Korrektheit die bevorzugte Technik zur Bestimmung der Zerfallskonstanten darstellt, so kommt es auch hier zu Schwierigkeiten, wenn der analysierte Datensatz zu viele unkorrelierte Ereignisse enthält. Das Problem tritt im letzten Schritt der Berechnung auf. Der Wert für λ , der die Likelihood-Funktion maximiert, wird letztlich in einer iterativen Rechnung korrigiert. Dies ist nötig, weil der Eingabedatensatz aus Gründen des vorherigen Analyseablaufs nur Zerfallsketten mit mindestens einem Ereignis enthält. Mathematisch gehen aber auch solche Ereignisse ein, in denen kein Zerfall beobachtet wird. Da diese Wahrscheinlichkeit auch von der Zerfallskonstante des jeweiligen Kerns abhängt, das heisst umgekehrt dieses Szenario auch den berechneten Wert beeinflusst, muss diesem Umstand nachträglich Rechnung getragen werden. Es ist nun wiederholt vorgekommen, dass die Rechnung für die Korrektur von λ nicht konvergiert. Dieser Umstand ist offensichtlich so zu interpretieren, dass der Eingabedatensatz zu „unsauber“ ist, das heisst er zu viele Ereignisse enthält, die zuvor als Zufallskorrelationen beschrieben wurden. Es können daher zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht die Halbwertszeiten aller im Experiment produzierter Isotope präsentiert werden.

3.5.1 Präsentation der ermittelten Halbwertszeiten

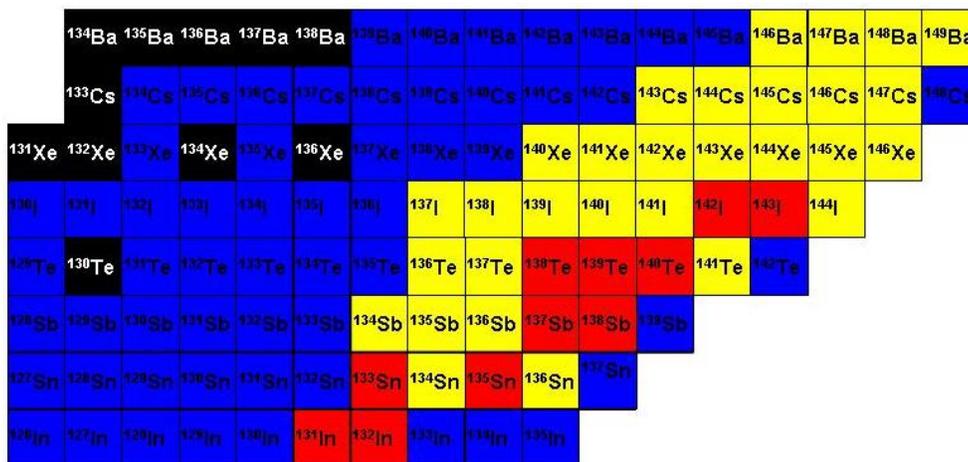


Abbildung 3.13: Dargestellt ist die Region um das doppelt-magische ^{132}Sn mit den im Experiment E040 untersuchten Isotopen. Alle gelb markierten Nuklide wurden im Experiment produziert und es liegen vorläufige Halbwertszeiten aus Fits der Zerfallskurven vor. Für die roten Isotope konnten darüber hinaus Halbwertszeiten mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode bestimmt werden.

Abbildung 3.13 zeigt den für das Experiment interessanten Ausschnitt der Nuklidkarte. Wie üblich sind die β^- -instabilen Isotope in blau und die stabilen in schwarz unterlegt. Zusätzlich sind alle im Experiment untersuchten Nuklide farbig (rot oder gelb) markiert.

Gelb bedeutet hier, dass der betreffende Kern bislang ausschließlich mit der Methode der Zerfallskurven untersucht werden konnte. Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.4.2 dargestellten Problematik sind diese Werte jedoch mit einer Ungenauigkeit behaftet, die in den angegebenen statistischen Fehlern¹ nicht einbezogen ist. Die Halbwertszeiten haben demzufolge nur einen rein vorläufigen Charakter. Sie seien hier lediglich der Vollständigkeit halber aufgeführt, da erst für eine begrenzte Zahl von Isotopen Werte über die Maximum-Likelihood-Methode bestimmt werden konnten.

Tabelle 3.1 stellt eine Liste aller im Experiment untersuchten Nuklide dar. Aufgeführt sind die Resultate aus den Maximum-Likelihood-Berechnungen für die elf Isotope $^{131,132}\text{In}$, $^{133,135}\text{Sn}$, $^{137,138}\text{Sb}$, $^{138-140}\text{Te}$ sowie $^{142,143}\text{I}$. Darüber hinaus werden die Werte aus den besten Anpassungen an die Zerfallskurven für all jene Kerne präsentiert, die in ausreichender Zahl produziert werden konnten. Die letzte Spalte gibt die Daten anderer Experimente an, die zum aktuellen Zeitpunkt vorliegen.

3.5.2 Diskussion der Ergebnisse

Die enormen Ungenauigkeiten des Wertes für ^{131}In und ^{132}In aus der MLH-Analyse erklärt sich durch eine relativ geringe Statistik für diese beiden Isotope. Wie in den vorherigen Abschnitten beschrieben, enthalten die Datensätze mit den Zerfallsketten für jedes Isotop eine zum Teil nicht unerhebliche Zahl an Zufallskorrelationen, was bei sinkender Statistik zunehmende Auswirkungen auf die Genauigkeit des Ergebnisses hat.

Die Situation verbessert sich erwartungsgemäß für die anderen, mit der MLH-Methode analysierten, Isotope, da in diesem Bereich zum Teil deutlich mehr Kerne produziert und identifiziert werden konnten.

Die Literaturwerte für die Isotope $^{139,140}\text{Te}$, $^{137,138}\text{Sb}$ und ^{143}I stellen lediglich die untere Grenze für die Halbwertszeit dar. Sie ergeben sich aufgrund der Flugstrecke durch den Separator. Eine gewisse Zahl an Nukliden ist in vergangenen Experimenten identifiziert worden, das heißt man kann die Zeit von Produktion bis Implantation als untere Grenze für die Lebensdauer ansehen. Da jedoch nicht in nennenswertem Maße Zerfallsereignisse gemessen wurden, konnte keine Halbwertszeit bestimmt werden.

Ein Vergleich der im Verlauf dieser Arbeit mit Hilfe der MLH-Methode ermittelten Werte mit den zuvor gemessenen Halbwertszeiten zeigt, dass alle Werte im Bereich der Messungenauigkeiten übereinstimmen. Man kann dies als einen Beweis der Verlässlichkeit der angewandten Methode auffassen.

Doch trotz dieser Übereinstimmung und der erfolgreichen Bestimmung der Halbwertszeiten der bislang unbekanntenen Isotope $^{137,138}\text{Sb}$, $^{139,140}\text{Te}$ und $^{142,143}\text{I}$ ist die Analyse des

¹Die statistischen Fehler für die Werte aus den Zerfallskurvenfits wurden mit Hilfe der Methode der χ^2 -Minimierung ermittelt.

Tabelle 3.1: Vergleich der Halbwertszeiten [in ms] aller im Experiment untersuchten Isotope. Angegeben sind die Ergebnisse der Maximum-Likelihood-Methode soweit vorhanden, die Resultate aus den Fits der Zerfallskurven sowie Literaturwerte der bisher bekannten Nuklide ([64], * aus [69]).

Isotop	Maximum-Likelihood	Zerfallskurven	Zuvor bestimmte Werte
^{131}In	366 (288)		280 (30)
^{132}In	366 (257)		206 (4)
^{133}Sn	1568 (135)	1357 (40)	1450 (30)
^{134}Sn		682 (3)	1120 (80)
^{135}Sn	485 (37)	530 (4)	450 (50)
^{136}Sn			
^{134}Sb		468 (14)	780 (60)
^{135}Sb		1215 (9)	1680 (15)
^{136}Sb		891 (5)	923 (14)
^{137}Sb	390 (18)	444 (4)	>150 ns
^{138}Sb	296 (35)	268 (14)	>300 ns
^{136}Te		1263 (12)	17630 (80)
^{137}Te		1775 (19)	2490 (50)
^{138}Te	1151 (28)	1119 (3)	1400 (400)
^{139}Te	598 (20)	540 (4)	>150 ns
^{140}Te	334 (14)	350 (3)	>150 ns
^{141}Te			
^{137}I		768 (65)	24130 (120)
^{138}I		1208 (50)	6490 (70)
^{139}I		883 (24)	2282 (10)
^{140}I		676 (4)	860 (40)
^{141}I		455 (2)	430 (20)
^{142}I	222 (12)	252 (2)	$\approx 200^*$
^{143}I	130 (45)	157 (17)	>150 ns *
^{144}I		183 (15)	>150 ns *
^{140}Xe		1054 (27)	13600 (100)*
^{141}Xe		962 (16)	1730 (10)
^{142}Xe		852 (3)	1220 (20)
^{143}Xe		546 (4)	300 (30)
^{144}Xe		395 (2)	1150 (200)
^{145}Xe		272 (5)	900 (300)
^{146}Xe			146 (6)*
^{143}Cs		1053 (15)	1791 (8)
^{144}Cs		826 (11)	993 (13)
^{145}Cs		625 (7)	582 (6)
^{146}Cs		395 (2)	323 (6)
^{147}Cs			225 (5)
^{146}Ba		761 (25)	2220 (70)
^{147}Ba		776 (2)	893 (1)
^{148}Ba		421 (2)	602 (25)
^{149}Ba		215 (34)	344 (7)

Experiments E040 noch nicht abgeschlossen. Tabelle 3.1 zeigt, dass gerade mal etwa ein Viertel der Isotope in mathematisch verlässlicher Weise analysiert werden konnten. Es ist davon auszugehen, dass man die Datensätze der fehlenden Nuklide zukünftig weiter „bereinigen“ muss, um die Zahl der Zufallskoinzidenzen zu reduzieren, sodass die angesprochenen Probleme der MLH-Analyse ausgeräumt werden. Darüber hinaus ermöglichen Monte-Carlo-Simulationen eine Kontrolle der erzielten Resultate. Nur so kann letztlich einwandfrei garantiert werden, dass es nicht zu bislang unberücksichtigten systematischen Fehlern gekommen ist.

Das Weiteren ist es empfehlenswert, die auf verlässliche Weise ermittelten Halbwertszeiten mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen zu prüfen. Auf diese Weise ist es möglich, endgültigen Aufschluss über die Korrektheit und Genauigkeit der verwendeten Analyseprozedur zu erhalten und eine Abschätzung über den systematischen Fehler der Messung zu ermitteln. Diese Möglichkeiten werden in Abschnitt 6 diskutiert.

Kapitel 4

QRPA-Vorhersagen

Der folgende Abschnitt enthält die Ergebnisse theoretischer Berechnungen zu den beiden Isotopen ^{137}Sb und ^{140}Te . Dabei wurde ein QRPA-Programm (vgl. Abschnitt 1.2.2) zur Berechnung von Gamow-Teller-Stärkefunktion unter Zuhilfenahme verschiedener Massenmodelle verwendet. Solche Modelle berechnen die Massen und damit Q_β - und S_n -Werte, sowie die Kerndeformationen. ϵ_2 , ϵ_4 und ϵ_6 stehen für die Quadrupol-, Oktupol- bzw. Hexadekapoldeformation des Kerns. Ziel der hier entwickelten Parameterstudie ist letztlich eine Abschätzung der Deformation für die beiden zuvor genannten Waiting-Point-Kerne.

4.1 Vergleich verschiedener Massenmodelle

Grundlage der QRPA-Rechnungen bilden die Vorhersagen der Kernmassen, bzw. der daraus folgenden Q_β - und S_n -Werte. Der Einfluss des Massenmodells auf die Halbwertszeiten wird in diesem Abschnitt für die folgenden fünf Modelle untersucht:

- Nubase Evaluation von Audi et al. - weniger ein Massenmodell als mehr eine kurzreichweitige Extrapolation bekannter Massen in unbekannte Regionen [70].
- FRDM - makroskopisch-mikroskopisches Massenmodell (vgl. Abschnitt 1.2.2).
- ETFSI-1 - „Extended Thomas Fermi with Strutinski Integral“. Ein Hamiltonoperator für den Kern wird durch Separation in einen analytisch lösbaren und einen numerisch berechneten Anteil gelöst. Im Ansatz beruht der Hamiltonoperator auf der Grundidee eines Tröpfchenmodells [71].
- ETFSI-Q - in neuerer Version, erlaubt ETFSI eine Reduzierung der Paarungsstärke zur Simulation von „Shell Quenching“ [72].
- HFB - „Hartree-Fock Bogoliubov“, numerischer Lösungsansatz für einen selbstkonsistenten, rein mikroskopischen Hamiltonoperator. Im Gegensatz zum ETFSI wird

hier versucht, der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung als solcher Rechnung zu tragen [73].

Die Tabellen 4.1 und 4.2 zeigen die Q_β -, S_n - und S_{2n} -Werte der verschiedenen Quellen. Im Falle von ^{137}Sb erkennt man eine erstaunliche Übereinstimmung bei den verschiedenen Vorhersagen. Nur das „alte“ ETFSI-1 liegt auffällig unter den anderen Vorhersagen. In der aktuellen Version (ETFSI-Q) decken sich die Resultate mit den Vergleichswerten.

Im Falle von ^{140}Te streuen die Q_β -Werte über knapp ein MeV. An dieser Stelle erkennt

Tabelle 4.1: Vorhersagen von Q_β -Werten und Neutronenseparationsenergien der äußeren beiden Neutronen (S_n, S_{2n}) verschiedener Massenmodelle für ^{137}Sb

Massenmodell	Q_β [MeV]	S_n [MeV]	S_{2n} [MeV]
Nubase	$9,303 \pm 0,419$	3,202	7,873
FRDM	9,272	2,529	7,474
ETFSI-Q	9,17	3,61	7,272
ETFSI-1	8,98	3,01	7,282
HFB-9	9,18	2,69	7,552

man zum Beispiel das zurzeit vorherrschende Problem der HFB-Resultate. Auch wenn die Konstrukteure raten, nur noch die neuste Version (HFB-9) ihres Modells zu verwenden, so scheint die Verlässlichkeit der produzierten Resultate in den letzten Jahren eher abzunehmen. Der mittlere Fehler liegt mit $\sigma_{rms} = 0,733 \text{ MeV}$ [74] deutlich über den Unsicherheiten des makroskopisch-mikroskopischen FRDM ($\sigma_{rms} = 0,676^1$) [20]. Aktuelle Evaluierungen verschiedener Ansätze sprechen dem derzeitigen HFB-Modell gar das Potential ab, jemals eine für den r-Prozess nötige Präzision in den Vorhersagen neutronenreicher Kerne zu erreichen [74]. Nubase hat sich in der Vergangenheit als recht verlässlich erwiesen, da die

Tabelle 4.2: Vorhersagen von Q_β -Werten und Neutronenseparationsenergien der äußeren beiden Neutronen (S_n, S_{2n}) verschiedener Massenmodelle für ^{140}Te

Massenmodell	Q_β [MeV]	S_n [MeV]	S_{2n} [MeV]
Nubase	$7,312 \pm 0,357$	3,501	8,083
FRDM	6,913	2,966	7,785
ETFSI-Q	7,186	2,96	7,372
ETFSI-1	7,08	2,97	7,372
HFB-9	6,40	2,84	7,802

¹verglichen mit den experimentellen Daten von 2001. Für die seit dem bis 2003 hinzugekommen Daten reduziert er sich sogar auf $\sigma_{rms} = 0,655$.

Methode durch den selbstkonsistenten, lokalen Ansatz ² nicht in die Situation kommt, dass ein im bekannten Gebiet leicht falscher Trend über weite Strecken fortgesetzt wird und so zu erheblichen Abweichungen führt.

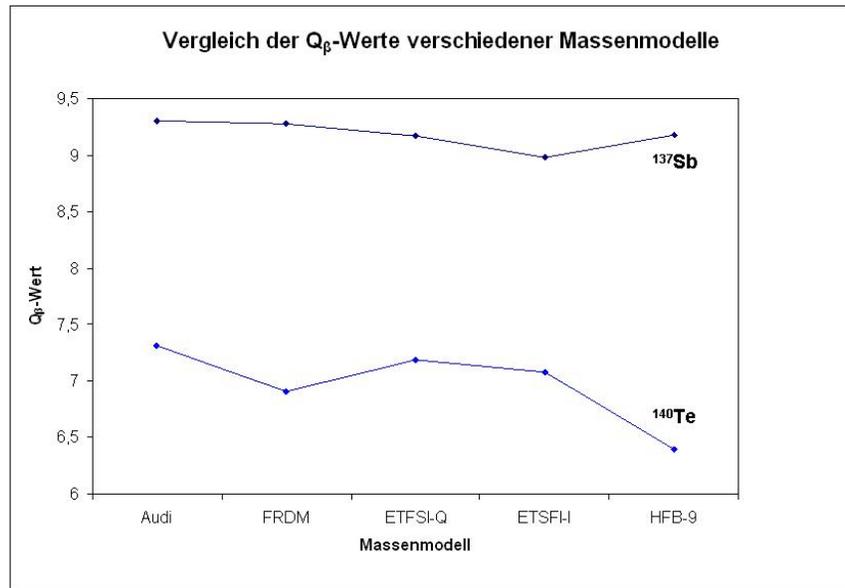


Abbildung 4.1: Vergleich der verschiedenen Massenmodelle anhand des Q_β -Wertes für ^{137}Sb und ^{140}Te .

4.2 Konsequenzen für die Halbwertszeiten

Für eine Berechnung der Gamow-Teller Stärkefunktion mittels QRPA kann man das gewünschte Massenmodell festlegen. Abgesehen von den Q_β -Werten ändert sich damit auch die im jeweiligen Modell resultierende Kerndeformation. Aus Gründen der Konsistenz werde die vom jeweiligen Modell berechneten Deformationen verwendet.

Ausgehend von der Massendifferenz von Mutter- und Tochterkern (Q_β) berechnet QRPA die β -Stärkefunktion für Gamow-Teller-Übergänge. Aus dieser Funktion folgt die Intensität für die Bevölkerung der Niveaus im Tochterkern. Die bei der Besetzung der Niveaus eingehende Fermifunktion (vgl Abschnitt 1.2.1) ist gewichtet über eine starke Energieabhängigkeit der Tochniveaus ($f \approx (Q_\beta - E_i)^5$), wobei E_i die Anregungsenergie eines Endniveaus im Tochterkern nach dem β -Zerfall bezeichnet). Sind Übergänge in niedrigliegende Zustände des Tochterkerns möglich, so dominieren diese den Zerfall und es folgt eine kürze-

²Ausgehend von bekannten Massen wird für einen geschlossenen Kreis von Isotopen eine beschränkte Zahl von Parametern in unbekannt Regionen extrapoliert.

re Halbwertszeit. Sind dagegen Übergänge in niedrigliegende Niveaus nicht möglich, so erhöht sich demzufolge die Halbwertszeit für den Zerfall ($T_{1/2} \propto \frac{1}{f(Z, Q_\beta - E_i)} \propto (Q_\beta - E_i)^{-5}$) [64].

Abbildung 4.2 zeigt das Ergebnis einer QRPA-Rechnung für ^{137}Sb . Verwendet werden die Massenvorhersagen von Nubase mit einer sehr geringen Deformation ($\epsilon_2 = 0,008$, $\epsilon_4 = 0,007$, $\epsilon_6 = 0,003$, aus FRDM). Die breiten Pfeile unterhalb der x-Achse markieren die Separationsenergien für ein, bzw. zwei Neutronen, der schmale Pfeil den Q_β -Wert für die Zerfallsreaktion. Abbildung 4.2 (unten) ist ein Beispiel für die daraus resultierenden Übergangsintensitäten der gleichen Rechnung. Man sieht die Intensität des Zerfalls in ein Niveau des Tochterkerns, deren Anregungsenergie auf der x-Achse abzulesen ist.

Naheliegenderweise werden keine Niveaus bevölkert, deren Anregungsenergie höher als der Q_β -Wert ist. Da bei dem hier gezeigten Beispiel nur Niveaus oberhalb der Neutronenseparationsenergie bevölkert werden, liegt die Wahrscheinlichkeit für β -verzögerte Neutronenemission bei 100%. Es ist auffällig, dass für den gezeigten Fall eines reinen Gamow-Teller-Zerfalls nur hochangeregte Niveaus bevölkert werden, was zu einer vergleichsweise langen Halbwertszeit führt.

Der Grund dafür lässt sich aus den Resultaten der Quasiteilchenrechnungen ablesen. Die Abbildungen 4.3 und 4.4 zeigen die Energieniveaus für Neutronen und Protonen im Mutterkern ^{137}Sb , berechnet mit Hilfe des Folded-Yukawa-Modells, welches Zustandsenergien für verschiedene Deformationen berechnen kann. Im Falle eines sphärischen Kerns ($\epsilon_2 = 0$) sind alle Niveaus eines Orbitals gleicher Haupt- und Bahndrehimpuls- und Gesamtdrehimpulsquantenzahl $[n, l, j]$ entartet. Daraus folgt ein großer Energiebereich ohne verfügbare Niveaus wie in der Abbildung 4.3 für die Neutronen durch die Zahl 82 gekennzeichnet. Die Anzahl der Nukleonen unterhalb dieser Lücke wird als magische Zahl bezeichnet.

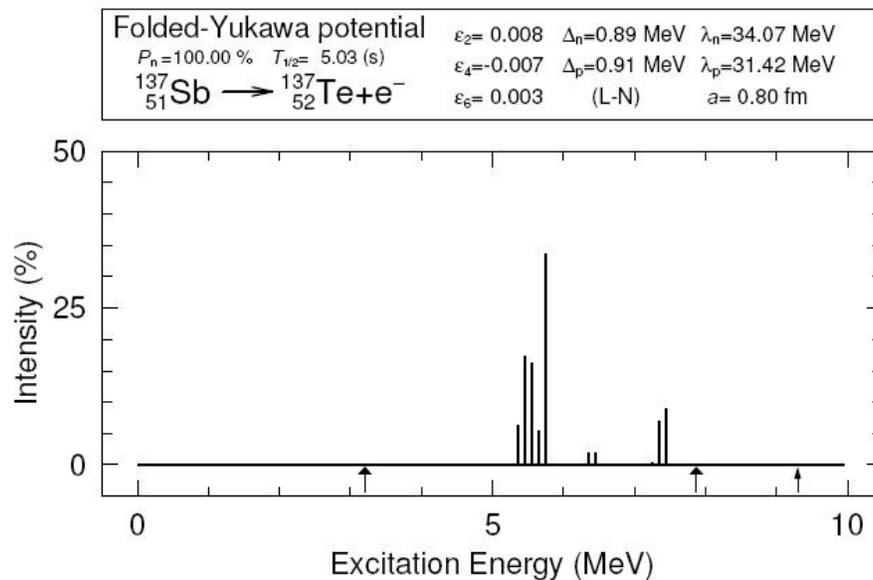
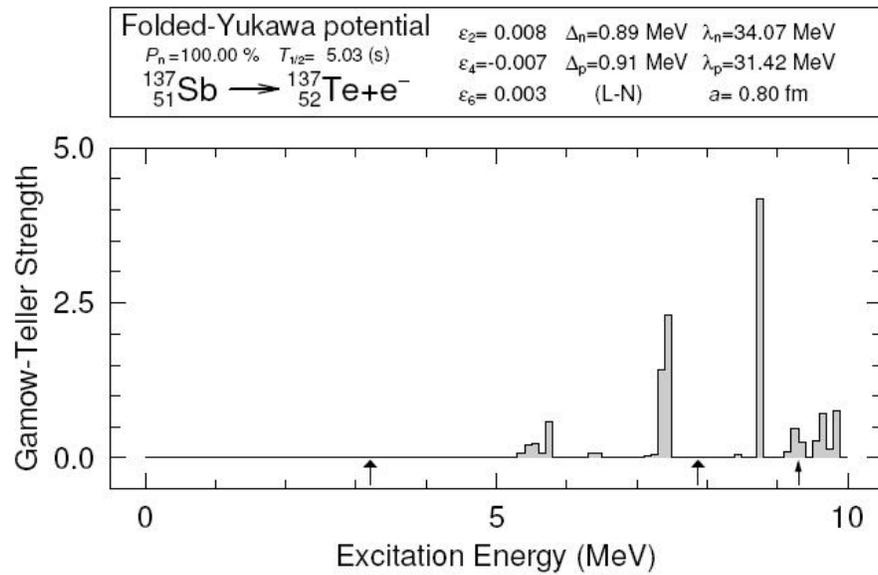


Abbildung 4.2: β -Stärkefunktion (oben) bzw. β -Intensitäten der Bevölkerung verschiedener Niveaus (unten) in der Tochter ^{137}Te durch den reinen Gamow-Teller-Zerfall von ^{137}Sb . Die breiten Pfeile markieren die Lage des S_n - bzw. des S_{2n} -Wertes, der schmale Pfeil zeigt die Position des Q_β -Wertes.

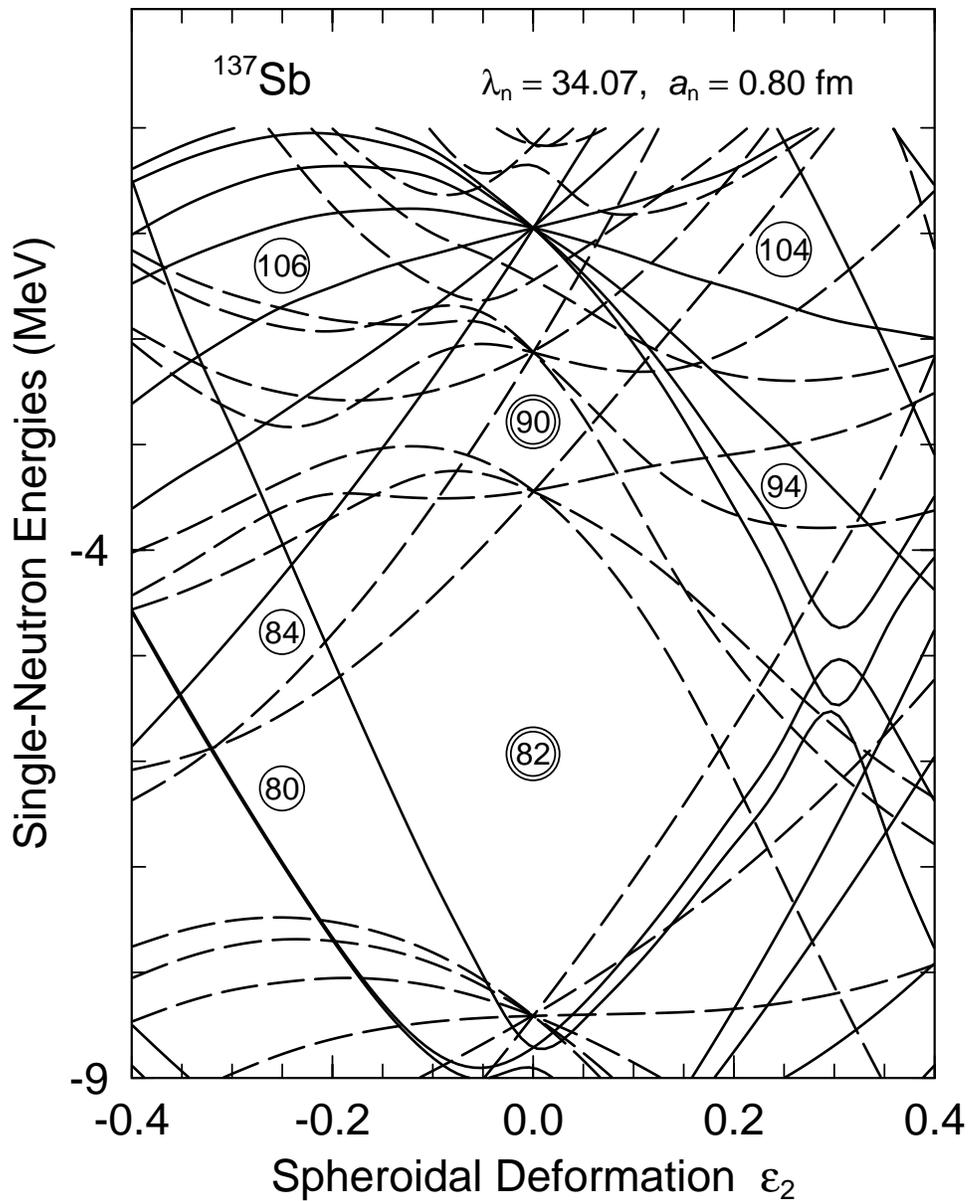


Abbildung 4.3: Veränderung der Einteilchen-Neutronenniveaus im ^{137}Sb in Abhängigkeit der Deformation, berechnet mit dem Folded-Yukawa-Potential. Jedes Niveau kann mit zwei Neutronen entgegengesetzten Spins besetzt werden. Die für sphärische Kerne entarteten Zustände mit unterschiedlichem Gesamtdrehimpuls spalten mit wachsender Deformation immer mehr in so genannte „Nilsson-Orbitale“ auf, sodass die magischen Schalenabschlüsse verschwinden.

Bei einem reinen Gamow-Teller-Übergang ist kein Paritätswechsel erlaubt. Das Valenzneutron im ^{137}Sb befindet sich auf einem $f_{7/2}$ -Niveau negativer Parität (gestrichelte Linien). Die in der Tochter im Bereich der Fermikante zur Verfügung stehenden Zustände für das bei der Umwandlung entstehende Proton haben dagegen positive Parität (durchgezogene Linien). Zwischen diesen Niveaus ist also kein Gamow-Teller-Übergang möglich. Erst die höherliegenden Protonenlevel der h-Orbitale stehen bei gleicher Parität zur Verfügung. Auch wenn sich das Valenzneutron im herkömmlichen Bild im $f_{7/2}$ -Zustand oberhalb des $N=82$ -Schalenabschlusses befindet, ist dies nicht das letzte besetzte Niveau. Die Grundlage der Quasiteilchenberechnungen ist eine Verschmierung der Besetzungszahlen aufgrund von Paarungseffekten. Auch im Grundzustand sind Niveaus oberhalb der Fermienergie (E_F) teilweise besetzt, während solche unterhalb von E_F nicht zu 100% gefüllt sind.

Die QRPA-Rechnungen zeigen, dass die Beiträge zur β -Stärkefunktion im Bereich von 5,5 MeV vom Zerfall eines Neutrons der $h_{9/2}$ -Schale in das Protonenniveau $h_{11/2}$ kommen ($\nu h_{9/2} \rightarrow \pi h_{11/2}$).

Bei höheren Energien (um 7 MeV) lässt sich darüber hinaus der Zerfall eines $g_{7/2}$ -Neutrons in ein $g_{7/2}$ -Proton ($\nu g_{7/2} \rightarrow \pi g_{7/2}$) beobachten. Der im Bereich von 9 MeV liegende ($\nu h_{11/2} \rightarrow \pi h_{11/2}$)-Übergang kurz unterhalb des Q_β -Wertes spielt für die β -Intensität (I_β) aufgrund von $I_\beta \propto (Q_\beta - E_i)^5$ keine Rolle mehr.

Ein Zerfall des $f_{7/2}$ -Valenzneutrons durch einen Gamow-Teller-Übergang ist stark behindert. Abgesehen davon, dass die Protonenniveaus im Bereich der Fermienergie des Tochterkerns eine positive Parität besitzen, ist ein Zerfall in die energetisch niedrigliegenden $\pi 1f_{5/2}$ - und $\pi 1f_{7/2}$ -Niveaus geblockt, da diese bereits vollständig besetzt sind. Die $\pi 2f_{7/2}$ -Level liegen dagegen energetisch höher als die zur Verfügung stehende Zerfallsenergie Q_β .

Wie oben erwähnt, hat dies erhebliche Konsequenzen für die Halbwertszeit, die demzufolge deutlich zu hoch liegt ($T_{1/2}(GT) = 5030 \text{ ms}$ verglichen mit $T_{1/2}(exp) = 390 \text{ ms}$).

Abbildung 4.5 zeigt das Ergebnis von QRPA-Rechnungen, in denen neben dem reinen Gamow-Teller-Zerfall auch noch „einfach verbotene“ Übergänge (vgl. Abschnitt 1.2.1) berücksichtigt werden. Bei diesen ist ein Paritätswechsel erlaubt, was Protonenniveaus im Bereich der Fermienergie zugänglich macht, wie beispielsweise den Übergang des Valenzneutrons der Mutter in das Niveau des Valenzprotons der Tochter ($\nu f_{7/2} \rightarrow \pi g_{7/2}$). Selbst ein im sphärischen Fall aus Drehimpulsgründen nicht zulässiger ($\nu g_{7/2} \rightarrow \pi d_{5/2}$)-Übergang wird im Falle einer geringen Deformation erreichbar, da die Aufspaltung der Niveaus mit gleichen $[n, l, j]$ Übergänge mit $\Delta l_z \leq 1$ erlaubt.

Die Folge der Berücksichtigung der „einfach verbotenen“ Übergänge ist eine deutliche Reduzierung der Halbwertszeit ($T_{1/2}(GT + ff) = 1340 \text{ ms}$).

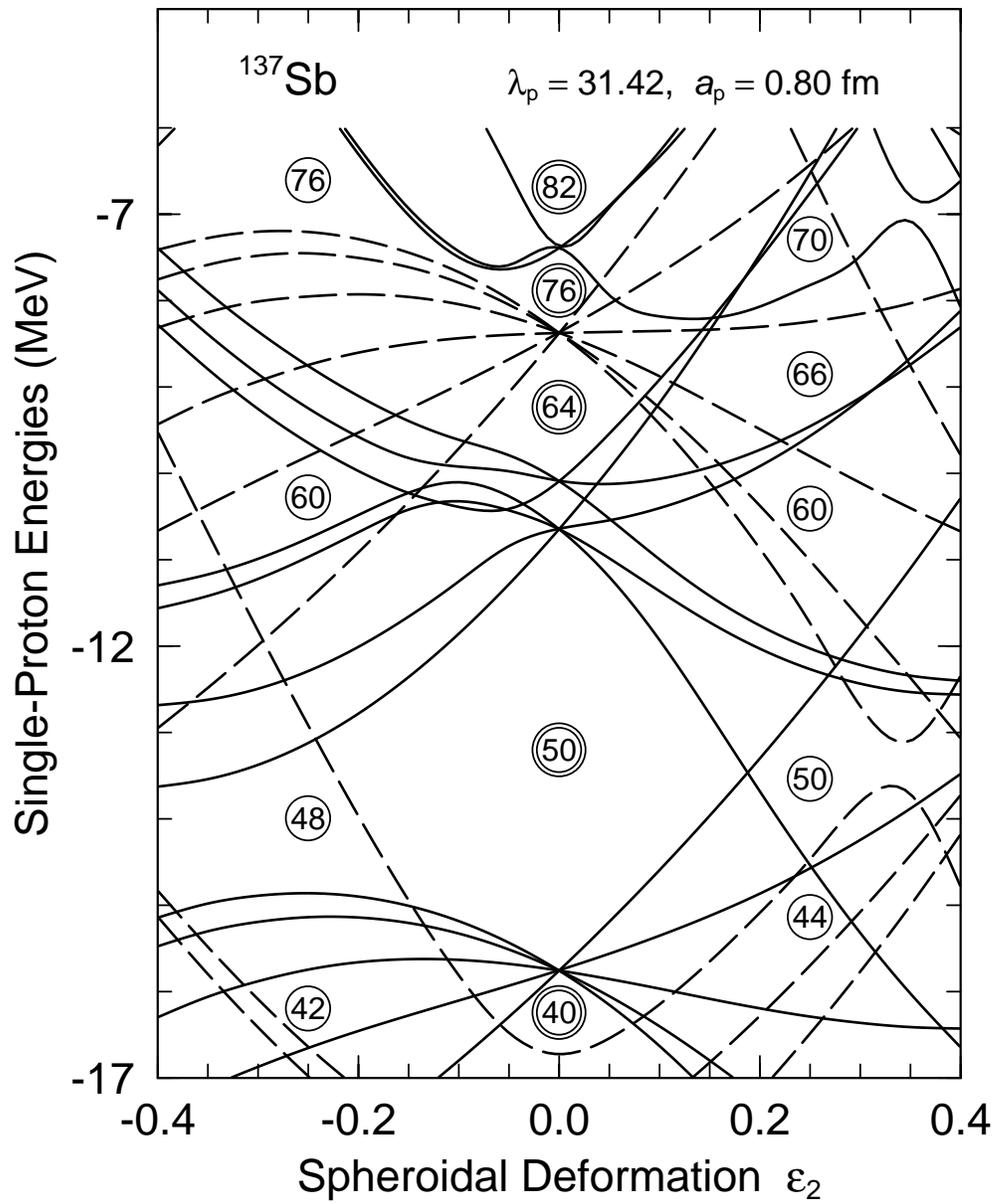


Abbildung 4.4: Einteilchenenergien der Protonenzustände im Tochterkern ^{137}Te . Die durchgezogenen Linien stehen für Zustände positiver, die gestrichelten für solche negativer Parität (sonst wie Abb. 4.3).

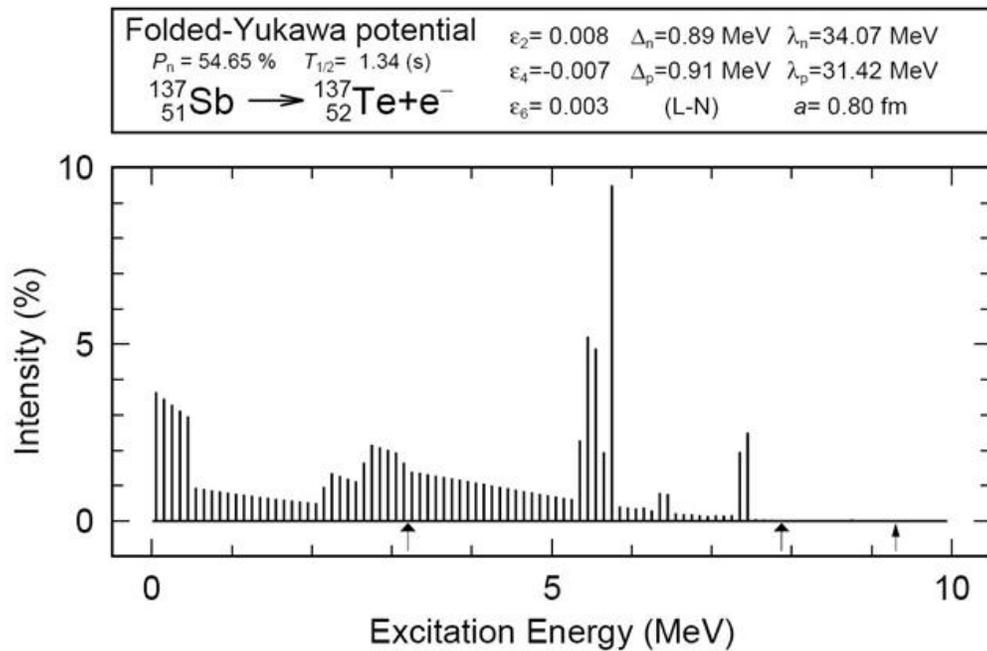
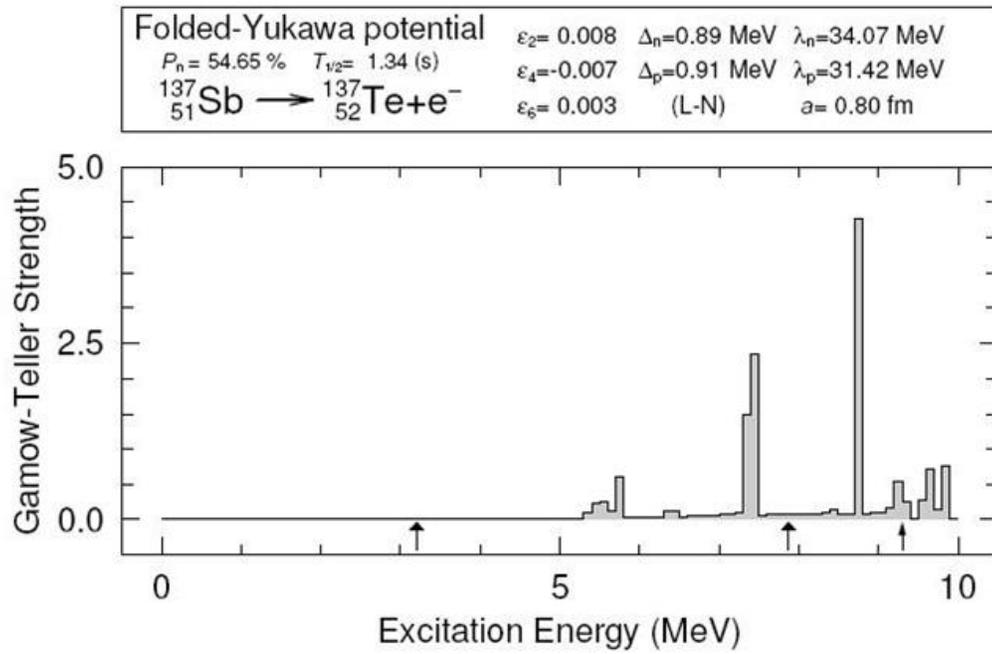


Abbildung 4.5: β -Stärkefunktion und Intensitäten der Bevölkerung verschiedener Niveaus in der Tochter ^{137}Te durch den Zerfall (Gamow-Teller plus einfach verbotene Übergänge) von ^{137}Sb (sonst wie Abb. 4.2).

Tabelle 4.3: Unter Verwendung der Q_β -Werte des jeweiligen Massenmodells folgen diese Halbwertszeiten $T_{1/2}$ und Wahrscheinlichkeiten für β -verzögerte Neutronenemission P_n für Gamow-Teller-Übergänge für das Isotop ^{137}Sb . Am Beispiel von $Q_\beta(\text{Nubase})$ lässt sich der Einfluss der „einfach verbotenen“-Übergänge beobachten.

Massenmodell	$T_{1/2}$ [ms]	P_n [%]
Nubase - 0,357	8995	100
Nubase	5025	100
Nubase + 0,357	2914	100
Nubase (GT + ff)	1341	54,65
FRDM	5218	100
ETFSI-Q	5296	99,99
ETFSI-1	6842	99,99
HFB-9	4606	99,99

Anders ist die Situation beim ^{140}Te -Zerfall³.

Der zunehmende Abstand vom doppelt-magischen und damit sphärischen ^{132}Sn lässt die Kerndeformation von ^{140}Te ansteigen ($\epsilon_2 = 0, 117$).

Bei Einsetzen der Deformation spalten die zuvor entarteten Zustände gleicher Quantenzahlen $[n, l, j]$ in ihre Unterniveaus auf. Man verwendet an dieser Stelle die neuen, „guten Quantenzahlen“ $[N, n_z, l_z]$ [17]. Dabei ist N wieder die Hauptquantenzahl (Zahl der Oszillatorquanten im Oszillatorpotential), n_z ist die Zahl der Knotenebenen senkrecht zur Symmetrieachse und l_z die Bahndrehimpulskomponente in z -Richtung.

Der bei weitem dominierende Anteil der β -Intensitäten kommt aus den Zerfällen der Neutronenniveaus $[541]_{1/2-}$ (ehemals $\nu f_{7/2}$) und $[530]_{1/2-}$ (ehemals $\nu h_{9/2}$) in die Protonenzustände $[550]_{1/2-}$ und $[541]_{3/2-}$ (beide ehemals $\pi h_{11/2}$) (Zur Nomenklatur der Niveaus nach Aufspaltung siehe Abbildungen A.1 und A.2 im Anhang). Wie in Abbildung 4.4 zu erkennen, wandern die beiden Protonenniveaus mit steigender Deformation steil nach unten, sodass die β -Stärke für eine Bevölkerung dieser Niveaus in den Bereich niedriger Energien gelangt (1-2,5 MeV).

Die Konsequenz ist eine geringe Halbwertszeit. Zusätzlich erkennt man, dass die Niveaus oberhalb 5 MeV zwar in der Stärkefunktion auftauchen, aber aufgrund der bereits angesprochenen extremen Energieabhängigkeit der β -Intensität kaum bevölkert werden. Der Zerfall geht demzufolge kaum in Zustände oberhalb der Neutronenseparationsenergie (breiter Pfeil), wodurch die Wahrscheinlichkeit für β -verzögerte Neutronenemission nur im Bereich einiger Prozent liegt.

³Auch wenn die in Abb 4.3 und 4.4 gezeigten Einteilchenniveaus für ^{137}Sb berechnet wurden, kann man sie zur Veranschaulichung auch für ^{140}Te verwenden. Beide Kerne liegen so dicht beisammen, dass heißt ihre Kernkonfigurationen ändern sich nur so minimal, dass die Lage der Niveaus kaum geändert wird.

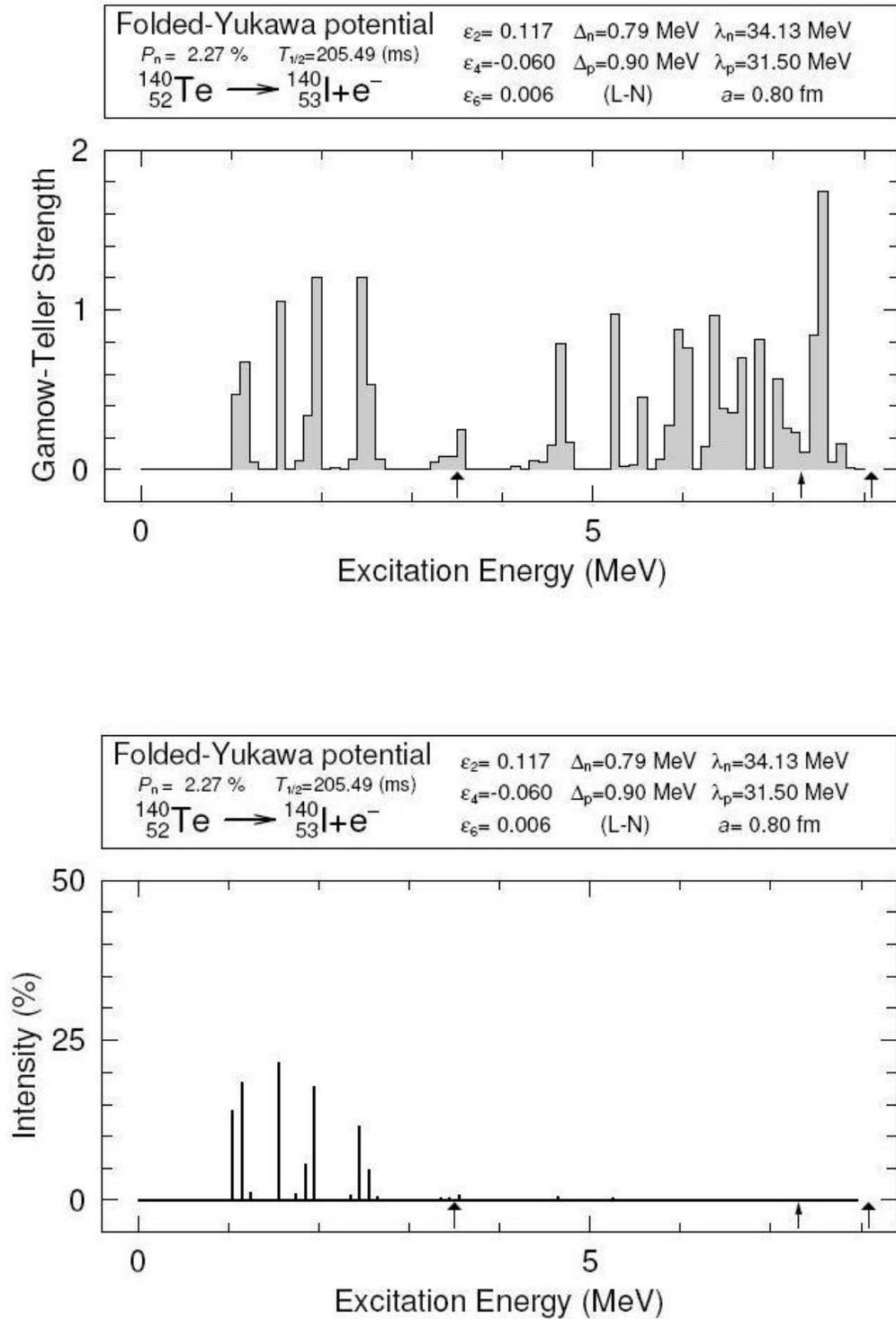


Abbildung 4.6: β -Stärkefunktion und Intensitäten der Bevölkerung verschiedener Niveaus in der Tochter ^{140}I durch den Gamow-Teller-Zerfall von ^{140}Te .

Tabelle 4.4: Unter Verwendung der Q_β -Werte des jeweiligen Massenmodells folgen diese Halbwertszeiten $T_{1/2}$ und Wahrscheinlichkeiten für β -verzögerte Neutronenemission P_n für Gamow-Teller-Übergänge für das Isotop ^{140}Te

Massenmodell	$T_{1/2}$ [ms]	P_n [%]
Nubase - 0,357	275,8	1,72
Nubase	205,5	2,27
Nubase + 0,357	155,0	2,92
Nubase (GT + ff)	189,8	2,79
FRDM	285,9	2,42
ETFSI-Q	304,6	3,58
ETFSI-1	331,8	3,37
HFB-9	621,3	4,12

4.3 Abschätzung der Kerndeformation

Alle im Folgenden gezeigten Resultate wurden mit Hilfe des FRDM ermittelt. Der Grund dafür ist, dass Abschätzungen der hier vorgestellten Art im Kontext mit dem r-Prozess in vielen Fällen für so exotische Nuklide angestellt werden müssen, dass hier keine lokal-extrapolierten Werte zur Verfügung stehen, auch wenn diese zumeist verlässlicher sind als reine Modellvorhersagen. Vergleicht man die globalen Ansätze, so zeigt sich, dass das klassische Vorgehen des „Finite Range Droplet Model“ in seiner Aussagekraft immer noch mehr als konkurrenzfähig ist [20]. Das vom Ansatz her grundsätzlich vielversprechendere HFB-Modell weist, wie bereits oben angedeutet, gerade in seiner neuesten Version Mängel auf, die eine aussagekräftige Verwendung unmöglich machen, solange die Ursachen für diese Abweichungen nicht ausgeräumt werden können. Das für diese Arbeit verwendete QRPA-Programm bietet die Möglichkeit, die Kerndeformation unabhängig von der Empfehlung des verwendeten Massenmodells von außen vorzugeben. Auf diese Weise wurden die resultierenden Halbwertszeiten für verschiedene Werte von ϵ_2 bestimmt. Berücksichtigt werden Gamow-Teller- und einfach verbotene Übergänge. Abbildung 4.3 zeigt den Verlauf der Halbwertszeiten für einen Bereich von $-0,4 \leq \epsilon_2 \leq 0,4$, also von extrem oblat bis extrem prolat, für das Isotop ^{137}Sb .

Die Linie bei $T_{1/2} = 390\text{ms}$ markiert die experimentell bestimmte Halbwertszeit. Vergleicht man die Ergebnisse aus FRDM-QRPA-Rechnungen für verschiedene experimentell bekannte Kerne, so stellt man fest, dass die Unsicherheit in den Vorhersagen etwa einen Faktor zwei betragen. Die Fläche zwischen den gestrichelten Linien veranschaulicht diesen Bereich. Im Rahmen dieser Unsicherheit lässt sich die Deformation des Isotops ^{137}Sb auf den Bereich von $\pm 0,08 \leq \epsilon_2 \leq \pm 0,18$ abschätzen. Bei hinreichend hohen Niveaudichten von Mutter- und Tochterkern (vgl. Abb. 4.3 und 4.4) ist der hier ermittelte Verlauf der Halbwertszeit relativ symmetrisch um die sphärische Kernform ($\epsilon_2 = 0$). Daher lässt sich auf

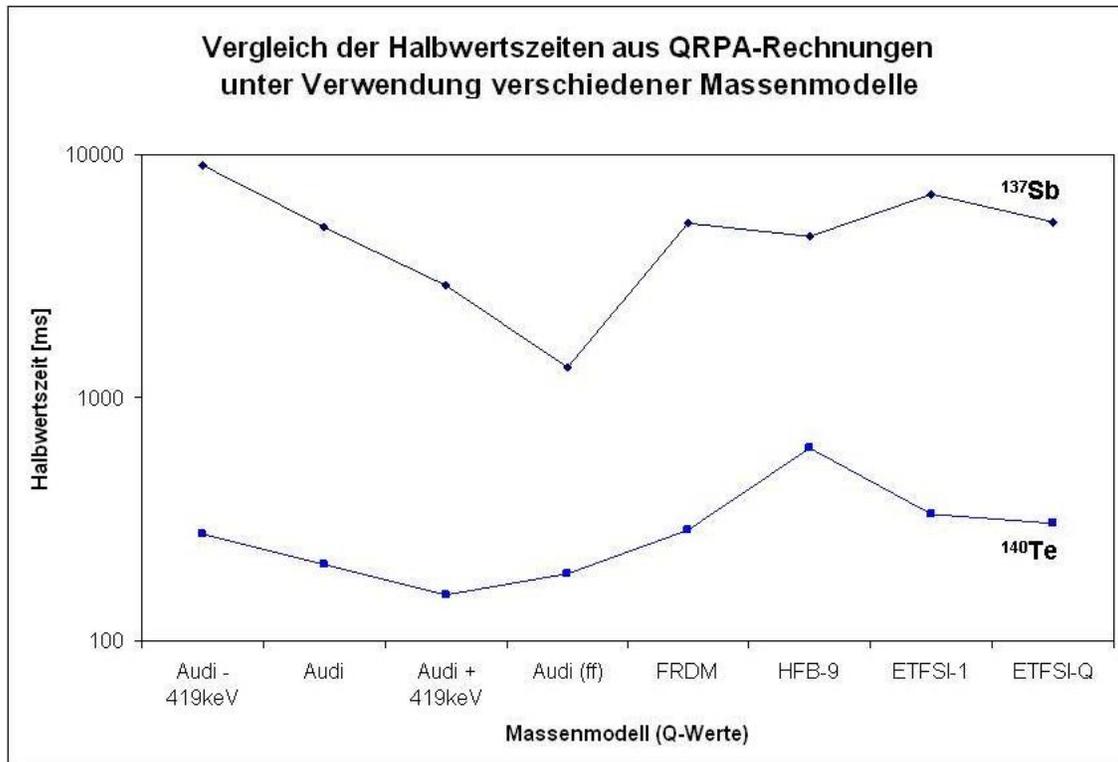


Abbildung 4.7: Vergleich der Halbwertszeiten, die aus QRPA-Rechnungen unter Verwendung verschiedener Massenmodelle für das Isotop ^{137}Sb ermittelt wurden.

diese Weise nur eine Abschätzung über das Maß der Deformation gewinnen. Ob ein Kern prolat oder oblat geformt ist, zeigt sich erst in kernspektroskopischen Untersuchungen. Man kann also aus diesen Überlegung schlussfolgern, dass ^{137}Sb mit ziemlicher Sicherheit nicht sphärisch ist. Auch eine starke Deformation ($\epsilon_2 > 0,18$ bzw. $|\epsilon_2| > 0,18$) ist auszuschließen. Weniger aussagekräftig ist die Situation bei ^{140}Te (Abb. 4.9). Hier ist die berechnete Spanne der möglichen Halbwertszeiten für die verschiedenen Deformationen deutlich kleiner als beim Antimon. Das führt dazu, dass das Maximum im Bereich der sphärischen Kernform nicht ausgeschlossen werden kann. Auch wenn einiges für eine eher stärkere Deformation spricht, kann $\epsilon_2 = 0$ auf dem hier beschrittenen Wege nicht vollends ausgeschlossen werden. Ohne weitere Informationen ist an dieser Stelle nur die eher schwache Aussage zulässig, dass ^{140}Te einen Deformationsparameter $-1,5 \leq \epsilon_2 \leq 1,6$ besitzt.

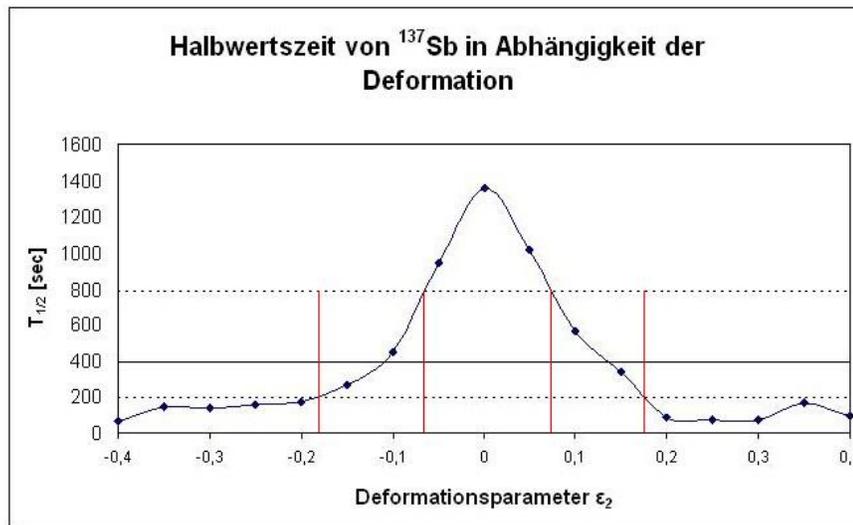


Abbildung 4.8: Halbwertszeiten aus QRPA-Rechnungen für verschiedene Kerndeformationen von ^{137}Sb unter Verwendung des FRDM Massenmodells. Die durchgezogene Linie markiert die im Experiment ermittelte Halbwertszeit.

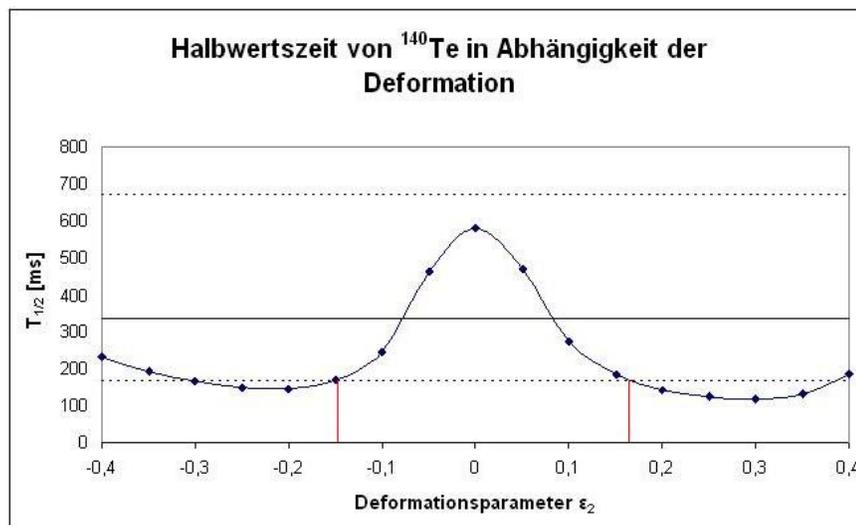


Abbildung 4.9: Halbwertszeiten aus QRPA-Rechnungen für verschiedene Kerndeformationen von ^{140}Te unter Verwendung des FRDM Massenmodells. Die rote Linie markiert die im Experiment ermittelte Halbwertszeit.

Kapitel 5

Konsequenzen für den r-Prozess

Der folgende Abschnitt soll den Kreis schließen zwischen den kernphysikalischen Grundlagen und einer astrophysikalischen Anwendung. Wie bereits in Abschnitt 2 gesehen, können strukturelle Eigenschaften exotischer Kerne einen großen Einfluss auf Rechnungen zum r-Prozess haben. Daher ist es wichtig, den Bereich des experimentell Bekannten so weit wie möglich auszudehnen. Davon profitieren sowohl jedliche Anwendungen mit kernphysikalischen Eingabedaten in der entsprechenden Region, wie auch theoretische Anstrengungen wie beispielsweise Massenmodelle.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden kanonische Rechnungen benutzt, um den Einfluss der neuen Halbwertszeiten auf die durch den r-Prozess produzierten Häufigkeitsverteilung zu ermitteln. Die derzeit verwendeten Rechnungen konstruieren eine Superposition von 16 r-Prozess-Komponenten, die sich jeweils in einem lokalen β -Fluss-Gleichgewicht befinden. Abbildung 5.1 zeigt eine aktuelle Anpassung an die solaren Häufigkeitsverteilung (Punkte) [75].

Die Neutronendichten und Gewichtungsfaktoren der Hauptkomponenten wurden ermittelt aus „best fits“ für die A=80, 130, 195 Peaks. Ausgehend von dieser Anpassung steigern sich die Zahlenwerte für den Neutronenfluss von Komponente zu Komponente in äquidistanter Weise und die zugehörigen Gewichtungsfaktoren $\omega(n_n)$ der jeweiligen Komponente können im Detail aus dem Potenzgesetz [76]:

$$\omega(n_n) = 8,36 \cdot 10^6 \cdot n_n^{-0,247} \quad (5.1)$$

bestimmt werden. Analog bestimmt man die „Prozessdauer“ der Komponente zu :

$$\tau(n_n) = 6,97 \cdot 10^{-0,062} \text{ sec} \quad (5.2)$$

Die im folgenden vorgestellten Häufigkeiten betrachten ausschließlich die Komponente, die für die Bildung des A=130 r-Prozess-Peaks verantwortlich sind. Tabelle 5.1 zeigt eine Liste

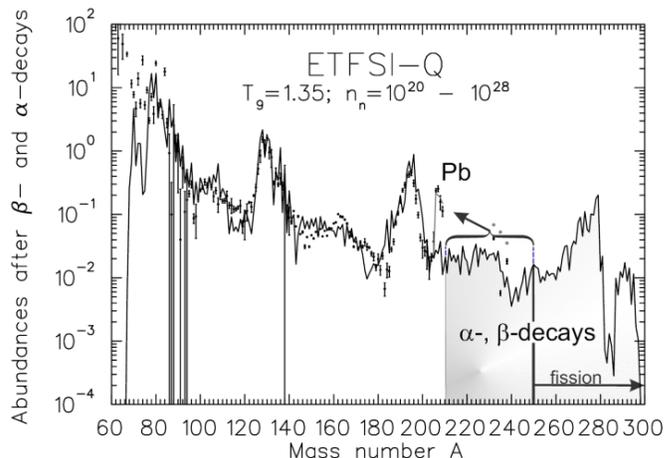


Abbildung 5.1: Jüngste Ergebnisse von kanonischen r-Prozess-Rechnungen unter Verwendung von 16 Komponenten unterschiedlicher β -Fluss-Gleichgewichte [75].

der neuen Halbwertszeiten im Vergleich zu den zuvor verwendeten.

Tabelle 5.1: Liste der Änderungen in den Eingabedaten der Halbwertszeiten für die kanonischen r-Prozess Rechnungen der Komponente, verantwortlich für den $A=130$ Peak.

Isotop	Zuvor verwendete Halbwertszeit [ms]	Neu bestimmte Halbwertszeit [ms]
^{133}Sn	1450	1568
^{135}Sn	530	485
^{137}Sb	450	390
^{138}Sb	41	296
^{138}Te	1400	1151
^{139}Te	254	598
^{140}Te	238	334
^{142}I	200	222
^{143}I	151	130

Die Ergebnisse der Rechnungen mit Neutronenflüssen 10^{22} , $3 \cdot 10^{22}$, 10^{23} und 10^{24} sind in Abbildung 5.2 zu sehen. Aufgetragen sind neben den solaren Häufigkeiten (Punkte) die berechneten Verteilungen unter Verwendung der „alten“ Halbwertszeiten (durchgezogene Linie) sowie der neuen Werte (gestrichelte Linie). Offensichtlich hat die Änderung in der sechsten (b.) und siebten (c.) Komponente nur geringem Einfluss auf die Häufigkeiten nach dem „Freeze Out“. Bei allen anderen Komponenten liegt die Abweichung unterhalb der Strichstärke, das heißt der Einfluss ist hier noch weit geringer.

Dies hat zwei Gründe. Zum einen zeigt Tabelle 5.1, dass die Abweichungen in den Halbwertszeiten, verglichen mit den theoretischen Vorhersagen, relativ gering sind. Lediglich ^{138}Sb und ^{139}Te weisen Unterschiede von mehr als einem Faktor zwei auf.

Zum anderen ist der Einfluss der betrachteten Kerne in der Region „hinter“ dem Maximum des $A=130$ Peaks offensichtlich nicht sonderlich sensibel auf Änderungen in den Eingabedaten. Im Vergleich dazu konnte man beispielsweise in der Region um ^{78}Ni (erster r-Prozess-Peak) den Einfluss der neu bestimmten Halbwertszeit noch oberhalb des zweiten Peaks erkennen [77].

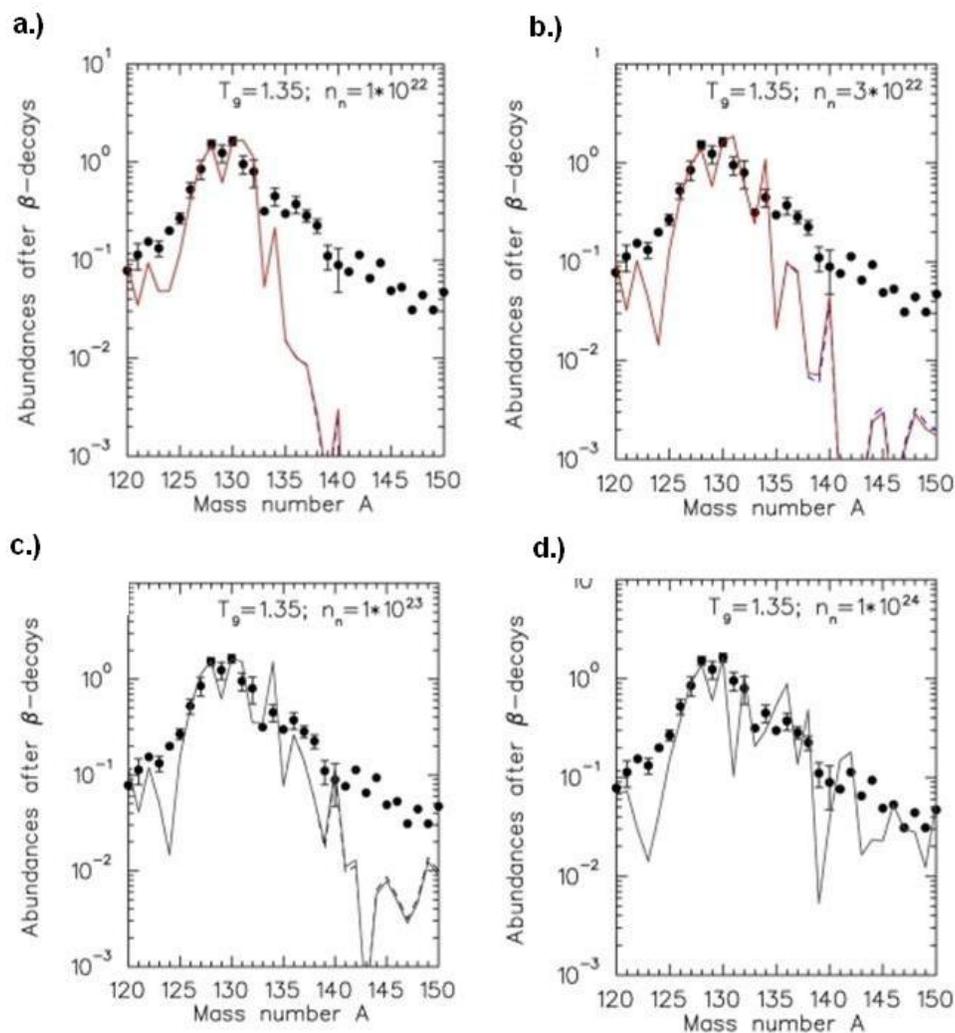


Abbildung 5.2: Die vier Abbildungen zeigen die ungewichteten Häufigkeiten aus den Berechnungen zum klassischen r-Prozess mit unterschiedlichen Neutronendichten n_n . Zu sehen sind die gemessenen solaren Häufigkeiten (Punkte), die Ergebnisse unter Berücksichtigung der bislang bekannten Halbwertszeiten (durchgezogene Linie) sowie die Berechnungen mit den neuen Halbwertszeiten (gestrichelte Linie). Letztere sind nur in Abbildungen b.) und c.) zu erkennen, da die Abweichungen minimal sind.

Kapitel 6

Schlussfolgerung und Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Analysen haben gezeigt, dass die Technik der Zerfallskurven bei Experimenten an einem Synchrotron auf Grund der Struktur des Untergrunds zu Problemen führen kann und durch eine adäquatere Methode ersetzt werden muss. Darüber hinaus wird man zukünftig die Bedingungen für eine Selektion der verwendbaren Ereignisse verschärfen müssen, um den Einfluss unerwünschter Untergrundbeiträge zu reduzieren. Ferner sollte man im Falle hoher P_n -Werte die Halbwertszeiten der „Tochter und Enkelin“ der benachbarten Isobarenkette mit berücksichtigen, da auch diese zu den gemessenen Zerfallsketten beitragen. Auf diese Weise kann man auch die Halbwertszeit all jener Isotope bestimmen, für die die MLH-Berechnungen bislang nicht konvergiert sind. Ist dies geschehen, so können im nächsten Schritt der Analyse die während des Experiments gemessenen Informationen des Neutronendetektors genutzt werden, um die Wahrscheinlichkeit für β -verzögerte Neutronenemission (P_n) zu bestimmen.

Zum Abschluss der Analyse des Experiments E040 soll eine Reproduktion der Datensätze mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden, um die Gültigkeit und Korrektheit des gesamten Analyseprozesses zu prüfen und systematische Fehler abzuschätzen.

Die Idee dieser Kontrolle sei im Folgenden kurz skizziert.

Monte-Carlo-Simulationen sind geeignet, um Zufallsereignisse auf der Grundlage einer festgelegten Wahrscheinlichkeit zu simulieren. Im Fall einer Kontrolle von experimentell ermittelten Halbwertszeiten soll ein Satz von Zerfallsereignissen erzeugt werden, welcher dann mit dem gemessenen verglichen wird. Eingabeparameter für eine solche Simulation sind die Lebensdauern von Mutter und Tochter, die Effizienzen des Detektors sowie die Untergrundrate. Zusätzlich wählt man eine bestimmte Halbwertszeit für das Mutterisotop und ein an die Zerfallsgesetze angepasstes Monte-Carlo-Programm erzeugt einen Satz von Zerfallsketten, vergleichbar mit denen, die aus den Messdaten ermittelt wurden. Die weitere Analyse geschieht analog zu der Auswertung der Messdaten. Die auf diese Weise

bestimmten Resultate einer MLH-Analyse werden mit den zuvor gewählten Werte verglichen und man sieht, ob die Werte im Bereich ihrer Ungenauigkeiten übereinstimmen, oder ob Abweichungen systematischer Art vorliegen. Analysen zu β -Zerfallsexperimenten dieser Art konnten so zeigen, dass die MLH-Methode für Messreihen mit sehr geringer Statistik anwendbar ist [68].

Nach erfolgreicher Analyse der Halbwertszeiten und P_n -Werte ist der Weg frei für einen möglichen zweiten Teil des Experiments. Zum Zeitpunkt des Experiments vor fünf Jahren war geplant, in einem vergleichbaren Aufbau, aber unter Verwendung des Experimentierspeicherrings ESR, zusätzlich zu den β -Zerfallseigenschaften die Kernmassen zu bestimmen. Diese sind ebenfalls für den r-Prozess von großer Bedeutung, da aus ihnen direkt die Q_β -Werte und die Neutronenseparationsenergien folgen. Darüber hinaus könnte ihre Kenntnis mehr Klarheit in der Auswahl und Interpretation von theoretischen QRPA-Rechnungen bringen.

Wie in Abschnitt 4 zu sehen war, sind die Vorhersagen zur Kernstruktur mit Hilfe theoretischer Rechnungen umso eindeutiger und aussagekräftiger, je mehr gemessene Werte zur Verfügung stehen. Denn auch wenn die Möglichkeiten theoretischer Vorhersagen mit Hilfe von QRPA-Rechnungen ein großes Potential besitzen, so stehen doch zu viele änderbare Parameter zur Verfügung, um in der Anpassung an eine Halbwertszeit verlässliche Aussagen gewinnen zu können.

Die in Abschnitt 5 präsentierten Ergebnisse der kanonischen Rechnungen legen die Vermutung nahe, dass der r-Prozess in der Realität noch weiter draußen im Bereich neutronreicherer Isotope verläuft, da der Einfluss der neuen Halbwertszeiten auf die daraus ermittelten Häufigkeitsverteilungen sehr gering ist. Man darf jedoch nicht vergessen, dass bis auf zwei Ausnahmen die Unterschiede zwischen den zuvor verwendeten und den neu bestimmten Halbwertszeiten relativ gering waren. Darüber hinaus sind die im Verlauf dieser Arbeit durchgeführten kanonischen Rechnungen zwar mit neuen Halbwertszeiten, aber mit den alten P_n -Werten durchgeführt worden, da Neutronenemissionswahrscheinlichkeiten noch nicht verfügbar sind. Es scheint also ratsam, die Bestimmung der Häufigkeitsverteilung zu wiederholen, wenn alle Halbwertszeiten und P_n -Werte vorliegen, bevor man an dieser Stelle Spekulationen über die Natur des r-Prozess anstellt.

Nichtsdestotrotz kann man davon ausgehen, dass die Komponenten der kanonischen Rechnungen mit höheren Neutronendichten zukünftig auf experimentelle Daten von Isotopen jenseits der hier untersuchten Nuklide angewiesen sein werden. Es ist daher wünschenswert, dass die experimentellen Methoden, wie zum Beispiel die in dieser Arbeit dargestellte

Projektilspaltung hochenergetischer, schwerer Kerne, aber auch der ISOL-Techniken in Zukunft weiter verbessert werden, um die Grenzen des Unbekannten weiter zu verschieben. Daraus folgen nicht nur verlässlichere experimentelle Daten, sondern mittelfristig auch bessere theoretische Vorhersagen. Beides ist wichtig für ein umfassenderes Verständnis des r-Prozess. Nur so wird man beispielsweise der Antwort auf die Frage nach den genauen astrophysikalischen Bedingungen und letztlich des Schauplatzes für den r-Prozess näher kommen können.

Anhang A

Formeln und Abbildungen

A.1 FRDM Massenformel

Der makroskopische Teil des „Finite Range Droplet Model“ besteht, vergleichbar mit dem Tröpfchenmodell [78], aus einer Formel für die Masse eines bestimmten Atomkerns. Diese Formel ist abhängig von der Kernladung Z und der Neutronenzahl N . Darüber hinaus geht die Deformation (shape) des Kerns ein, sodass eine Bestimmung des Minimums der Energie gleichzeitig die Kernform festlegt. Die Massenformel hat die folgende Form:

$$\begin{aligned}
 E_{mac}(Z, N, shape) = & \\
 M_H \cdot Z + M_n \cdot N & \text{Massenüberschuss von } Z \text{ Wasserstoff-} \\
 & \text{atomen und } N \text{ Neutronen} \\
 + (-a_1 + J\bar{\delta}^2 - \frac{1}{2}K\bar{\epsilon}^2) A & \text{Volumenenergie} \\
 + \left(a_2 B_1 + \frac{9}{4} \frac{J^2}{Q} \bar{\delta}^2 \frac{B_S^2}{B_1} \right) A^{2/3} & \text{Oberflächenenergie} \\
 + a_3 A^{1/3} B_k & \text{Krümmungsenergie} \\
 + a_0 A^0 & A^0 \text{ Energie} \\
 + c_1 \frac{Z^2}{A^{1/3}} B_3 & \text{Coulombenergie} \\
 - c_2 Z^2 A^{1/3} B_r & \text{Volumenumverteilungsenergie} \\
 - c_4 \frac{Z^{4/3}}{A^{1/3}} & \text{Coulombaustauschkorrektur} \\
 - c_5 Z^2 \frac{B_W B_S}{B_1} & \text{Oberflächenumverteilungsenergie} \\
 + f_0 \frac{Z^2}{A} & \text{Protonformfaktorkorrektur} \\
 - c_a (N - Z) & \text{Ladungsassymetrieenergie} \\
 + W \left(|I| \begin{cases} 1/A, & Z \text{ und } N \text{ ungerade und gleich} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \right) & \text{Wignerenergie} \\
 + \begin{cases} \bar{\Delta}_p + \bar{\Delta}_n - \delta_{np}, & Z \text{ und } N \text{ ungerade} \\ \bar{\Delta}_p, & Z \text{ ungerade und } N \text{ gerade} \\ \bar{\Delta}_n, & Z \text{ gerade und } N \text{ ungerade} \\ 0, & Z \text{ und } N \text{ gerade} \end{cases} & \text{Mittlere Paarungsenergie} \\
 - a_{el} Z^{2,39} & \text{Energie gebundener Elektronen}
 \end{aligned}$$

Für weitere Erläuterungen und Details zu den mikroskopischen Korrekturen des FRDM wird auf die Fachliteratur verwiesen [22].

A.2 Gleichungen zur Maximum-Likelihood Methode

A.2.1 Allgemeine Ausdrücke der Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeitsdichten

Seien λ_1, λ_2 und λ_3 die Zerfallskonstanten für den Zerfall der Mutter, Tochter beziehungsweise Enkelin. Die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall der Mutter innerhalb der Zeit t ist:

$$F_1(\lambda_1, t) = 1 - \exp(-\lambda_1 \cdot t).$$

Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte lautet demzufolge:

$$f_1(\lambda_1, t) = \lambda_1 \cdot \exp(-\lambda_1 \cdot t)$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen anschließenden Tochterzerfall, charakterisiert durch die Zerfallskonstante λ_2 , folgt zu:

$$F_2(\lambda_1, \lambda_2, t) = 1 - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[\frac{1}{\lambda_1} \exp(-\lambda_1 \cdot t) - \frac{1}{\lambda_2} \exp(-\lambda_2 \cdot t) \right]$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für einen Tochterzerfall zum Zeitpunkt t , der zuvor durch den Zerfall der Mutter mit der Konstanten λ_1 bevölkert wurde, lautet:

$$f_2(\lambda_1, \lambda_2, t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [\exp(-\lambda_1 \cdot t) - \exp(-\lambda_2 \cdot t)]$$

Analog folgt die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall der Enkelin, bevölkert durch die Zerfälle von Mutter (λ_1) und Tochter (λ_2), zum Zeitpunkt t :

$$F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) = 1 - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \left[\frac{\lambda_3 - \lambda_2}{\lambda_1} \exp(-\lambda_1 \cdot t) - \frac{\lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_2} \exp(-\lambda_2 \cdot t) + \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_3} \exp(-\lambda_3 \cdot t) \right]$$

mit der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichte für einen Zerfalls zum Zeitpunkt t :

$$f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} [(\lambda_3 - \lambda_2) \exp(-\lambda_1 \cdot t) - (\lambda_3 - \lambda_1) \exp(-\lambda_2 \cdot t) + (\lambda_2 - \lambda_1) \exp(-\lambda_3 \cdot t)]$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Messung von genau r Untergrundereignissen innerhalb der Kerrelationszeit t_c bei einer gegebenen Untergrundrate b ist nach der Poisson-Statistik gegeben durch:

$$B_r = \frac{(b \cdot t_c)^r \exp(-b \cdot t_c)}{r!}$$

In der im Folgenden verwendeten Kurzschreibweise steht D_i für einen Zerfall der Generation i ($i=1,2,3$ entsprechen Mutter, Tochter bzw. Enkelin). O_i bedeutet, dass ein Zerfall auch beobachtet wurde und ϵ_i steht für die Detektoreffizienz für die Beobachtung eines

Ereignisses der Generation i . Desweiteren gilt die Notation:

$$\begin{aligned}\bar{F}(\lambda, t) &= 1 - F(\lambda, t) \\ \bar{\epsilon} &= 1 - \epsilon\end{aligned}$$

A.2.2 Kein gemessenes Ereignis innerhalb der Korrelationszeit

Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung keines Ereignisses innerhalb der Korrelationszeit. Da dieses Szenario erst in der Korrektur im letzten Schritt der MLH-Berechnung zum Tragen kommt und dort keine Wahrscheinlichkeitsdichten verwendet werden, seien hier nur die Wahrscheinlichkeitsfunktionen gegeben:

$$\begin{aligned}P_0(\lambda_1) &= (\bar{D}_1 + D_1 \bar{O}_1 \bar{D}_2 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \\ P_0(\lambda_1) &= [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) - \\ &\quad \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 + \bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= [1 - F_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 - F_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_0\end{aligned}$$

A.2.3 Ein gemessenes Ereignis innerhalb der Korrelationszeit

Einzelwahrscheinlichkeiten für alle vier möglichen Szenarien mit einem gemessenen Ereignis:

$$\begin{aligned}P_{101} &= P(d_1) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \\ P_{102} &= P(d_2) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \\ P_{103} &= P(d_3) = D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_0 \\ P_{104} &= P(b) = (\bar{D}_1 + D_1 \bar{O}_1 \bar{D}_2 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1\end{aligned}$$

Einzelwahrscheinlichkeitsdichten für ein Zerfallsereignis zur Zeit t_1 :

$$\begin{aligned}p_{101}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1)) \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\ &\quad + \bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= C_1 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_1) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_0 \\ p_{102}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_1) + F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= C_1 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \epsilon_3] \cdot B_0 \\ p_{103}(\lambda_1) &= C_1 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_0 \\ p_{104}(\lambda_1) &= C_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) - \\ &\quad - \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 + \bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ &= C_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 - F_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1}\end{aligned}$$

Die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $p_1(\lambda_1)$ für das Szenario eines gemessenen Ereignisses zur Zeit t_1 lautet:

$$p_1(\lambda_1) = p_{101}(\lambda_1) + p_{102}(\lambda_1) + p_{103}(\lambda_1) + p_{104}(\lambda_1).$$

Die Konstante C_1 wird über die Normalisierungsbedingung:

$$\int_0^{t_c} p_1(\lambda_1) dt_1 = 1$$

festgelegt.

A.2.4 Zwei gemessene Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit

Die Einzelwahrscheinlichkeiten für alle zehn möglichen Szenarien bei zwei gemessenen Ereignissen:

$$\begin{aligned} P_{201} &= P(d_1 d_2) = D_1 O_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_0 \\ P_{202} &= P(d_1 d_3) = D_1 O_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_0 \\ P_{203} &= P(d_2 d_3) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 D_3 O_3 \cdot B_0 \\ P_{204} &= P(d_1 b) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\ P_{205} &= P(b d_1) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\ P_{206} &= P(d_2 b) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\ P_{207} &= P(b d_2) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\ P_{208} &= P(d_3 b) = D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\ P_{209} &= P(b d_3) = D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\ P_{210} &= P(bb) = (\bar{D}_1 + D_1 \bar{O}_1 \bar{D}_2 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_1 \bar{O}_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_2 \end{aligned}$$

Einzelwahrscheinlichkeitsdichten für zwei beobachtete Ereignisse zum Zeitpunkt t_1 und t_2 :

$$\begin{aligned} p_{201}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_2) + F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_0 \\ &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \epsilon_3] \cdot B_0 \\ p_{202}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_2(\lambda_2, \lambda_3, t_2 - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_0 \\ p_{203}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot f_1(\lambda_3, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_3 \cdot B_0 \\ p_{204}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1)) \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\ &\quad + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_1) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ p_{205}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_2) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_2) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_2)) \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\ &\quad + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ &= C_2 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_2) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ p_{206}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_1) + F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\ &= C_2 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{207}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_2) + F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
&= C_2 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{208}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{209}(\lambda_1) &= C_2 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{210}(\lambda_1) &= C_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) - \\
&\quad - \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 + F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 - F_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot \\
&\quad \cdot B_2 \cdot t_c^{-2}
\end{aligned}$$

Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte $p_2(\lambda_1)$ für zwei beobachtete Ereignisse zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 :

$$\begin{aligned}
p_2(\lambda_1) &= p_{201}(\lambda_1) + p_{202}(\lambda_1) + p_{203}(\lambda_1) + p_{204}(\lambda_1) + p_{205}(\lambda_1) + p_{206}(\lambda_1) + \\
&\quad p_{207}(\lambda_1) + p_{208}(\lambda_1) + p_{209}(\lambda_1) + p_{210}(\lambda_1)
\end{aligned}$$

Die Konstante C_2 wird über die Normalisierungsbedingung:

$$\int_0^{t_c} \int_0^{t_c} p_2(\lambda_1) dt_1 dt_2 = 1$$

festgelegt.

A.2.5 Drei gemessene Ereignisse innerhalb der Korrelationszeit

Einzelwahrscheinlichkeiten für die 20 möglichen Szenarien mit drei beobachteten Ereignissen innerhalb der Korrelationszeit:

$$\begin{aligned}
P_{301} &= P(d_1 d_2 d_3) = D_1 O_1 D_2 O_2 D_3 O_3 \cdot B_0 \\
P_{302} &= P(d_1 d_2 b) = D_1 O_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\
P_{303} &= P(d_1 b d_2) = D_1 O_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\
P_{304} &= P(b d_1 d_2) = D_1 O_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_1 \\
P_{305} &= P(d_1 d_3 b) = D_1 O_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{306} &= P(d_1 b d_3) = D_1 O_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{307} &= P(b d_1 d_3) = D_1 O_1 D_2 \bar{O}_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{308} &= P(d_2 d_3 b) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{309} &= P(d_2 b d_3) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{310} &= P(b d_2 d_3) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 D_3 O_3 \cdot B_1 \\
P_{311} &= P(d_1 b b) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_2 \\
P_{312} &= P(b d_1 b) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_2 \\
P_{313} &= P(b b d_1) = D_1 O_1 \cdot (\bar{D}_2 + D_2 \bar{O}_2 \bar{D}_3 + D_2 \bar{O}_2 D_3 \bar{O}_3) \cdot B_2 \\
P_{314} &= P(d_2 b b) = D_1 \bar{O}_1 D_2 O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3 \bar{O}_3) \cdot B_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{315} &= P(bd_2b) = D_1\bar{O}_1D_2O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3\bar{O}_3) \cdot B_2 \\
P_{316} &= P(bbd_2) = D_1\bar{O}_1D_2O_2 \cdot (\bar{D}_3 + D_3\bar{O}_3) \cdot B_2 \\
P_{317} &= P(d_3bb) = D_1\bar{O}_1D_2\bar{O}_2D_3O_3 \cdot B_2 \\
P_{318} &= P(bd_3b) = D_1\bar{O}_1D_2\bar{O}_2D_3O_3 \cdot B_2 \\
P_{319} &= P(bbd_3) = D_1\bar{O}_1D_2\bar{O}_2D_3O_3 \cdot B_2 \\
P_{320} &= P(bbb) = (\bar{D}_1 + D_1\bar{O}_1\bar{D}_2 + D_1\bar{O}_1D_2\bar{O}_2\bar{D}_3 + D_1\bar{O}_1D_2\bar{O}_2D_3\bar{O}_3) \cdot B_3
\end{aligned}$$

Einzelwahrscheinlichkeiten für drei beobachtete Zerfallsereignisse zu den Zeiten t_1 , t_2 und t_3 :

$$\begin{aligned}
p_{301}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot f_1(\lambda_3, t_3 - t_2) \cdot \epsilon_3 \cdot B_0 \\
p_{302}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_2) + F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{303}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_3 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_3) + F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_3 - t_1) \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{304}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_3 - t_2) \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_3) + F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot f_1(\lambda_2, t_3 - t_2) \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \epsilon_3] \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{305}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_2(\lambda_2, \lambda_3, t_2 - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{306}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot f_2(\lambda_2, \lambda_3, t_3 - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{307}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot f_2(\lambda_2, \lambda_3, t_3 - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{308}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot f_1(\lambda_3, t_2 - t_1) \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{309}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot f_1(\lambda_3, t_3 - t_1) \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{310}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot f_1(\lambda_3, t_3 - t_2) \cdot \epsilon_3 \cdot B_1 \cdot t_c^{-1} \\
p_{311}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_1))] \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\
&\quad + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_1) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_1) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{312}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_2) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_2) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_2))] \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\
&\quad + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_2) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_2) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{313}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_3) \cdot \epsilon_1 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_3) + (\bar{F}_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_3) - \bar{F}_1(\lambda_2, t_c - t_3))] \cdot \bar{\epsilon}_2 + \\
&\quad + F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_3) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_1(\lambda_1, t_3) \cdot \epsilon_1 \cdot [1 - F_1(\lambda_2, t_c - t_3) \cdot \epsilon_2 - F_2(\lambda_2, \lambda_3, t_c - t_3) \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{314}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_1) + F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_1) \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_{315}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_2) + F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_2) \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{316}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_3) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_3, t_c - t_3) + F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
&= C_3 \cdot f_2(\lambda_1, \lambda_2, t_3) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 \cdot [1 - F_1(\lambda_3, t_c - t_3) \cdot \epsilon_3] \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{317}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{318}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_2) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{319}(\lambda_1) &= C_3 \cdot f_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_3) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3 \cdot B_2 \cdot t_c^{-2} \\
p_{320}(\lambda_1) &= C_3 \cdot [\bar{F}_1(\lambda_1, t_c) + (\bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) - \bar{F}_1(\lambda_1, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 + (\bar{F}_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) - \\
&\quad - \bar{F}_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c)) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 + F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \bar{\epsilon}_3] \cdot B_3 \cdot t_c^{-3} \\
&= C_3 \cdot [1 - F_1(\lambda_1, t_c) \cdot \epsilon_1 - F_2(\lambda_1, \lambda_2, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \epsilon_2 - F_3(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_c) \cdot \bar{\epsilon}_1 \cdot \bar{\epsilon}_2 \cdot \epsilon_3] \cdot \\
&\quad \cdot B_3 \cdot t_c^{-3}
\end{aligned}$$

Die Gesamtwahrscheinlichkeitsfunktion $p_3(\lambda_1)$ für drei beobachtete Ereignisse zu den Zeiten t_1 , t_2 und t_3 lautet also:

$$\begin{aligned}
p_3(\lambda_1) &= p_{301}(\lambda_1) + p_{302}(\lambda_1) + p_{303}(\lambda_1) + p_{304}(\lambda_1) + p_{305}(\lambda_1) + p_{306}(\lambda_1) + \\
&\quad p_{307}(\lambda_1) + p_{308}(\lambda_1) + p_{309}(\lambda_1) + p_{310}(\lambda_1) + p_{311}(\lambda_1) + p_{312}(\lambda_1) + \\
&\quad p_{313}(\lambda_1) + p_{314}(\lambda_1) + p_{315}(\lambda_1) + p_{316}(\lambda_1) + p_{317}(\lambda_1) + p_{318}(\lambda_1) + \\
&\quad p_{319}(\lambda_1) + p_{320}(\lambda_1)
\end{aligned} \tag{A.1}$$

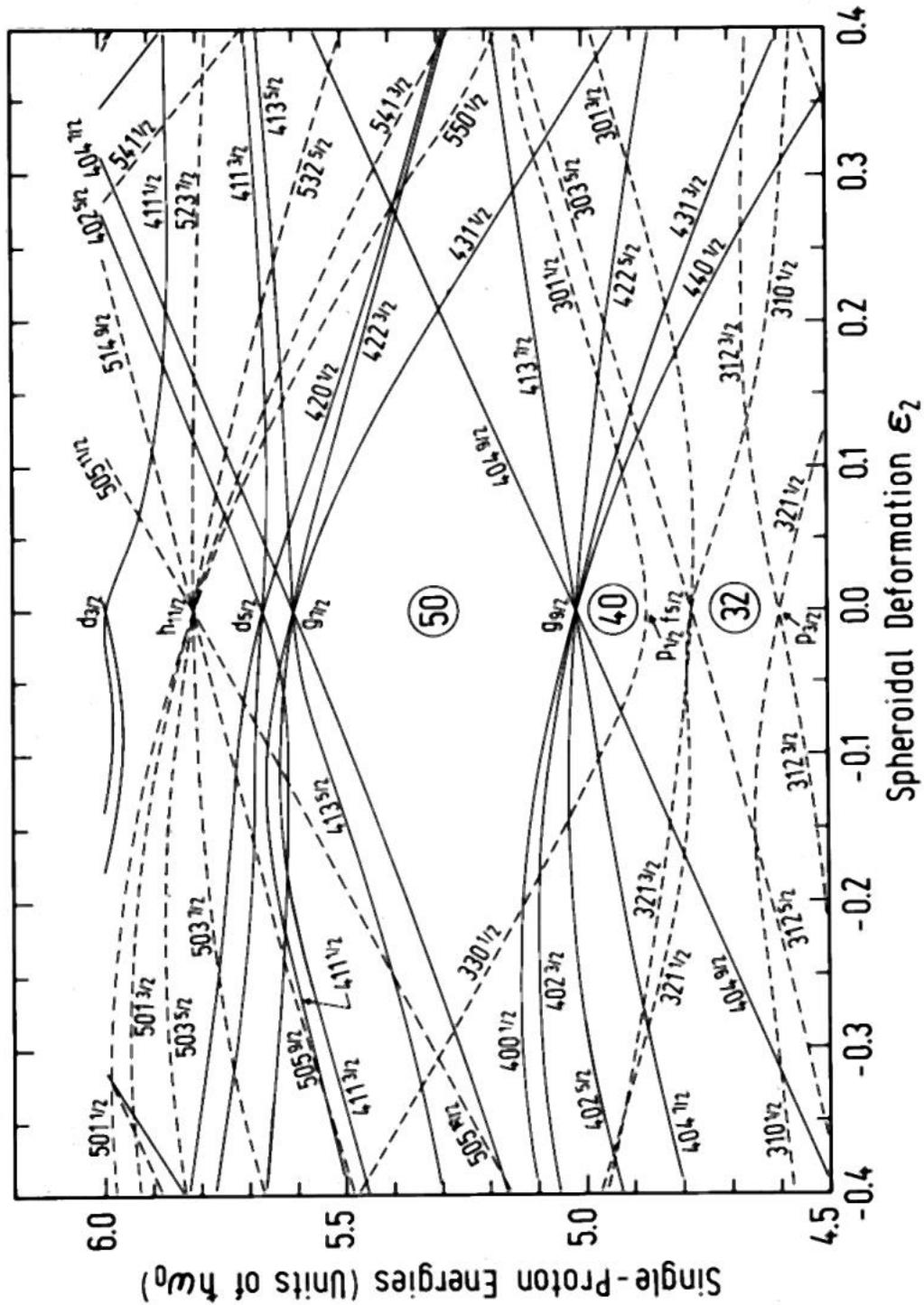
Die Konstante C_3 wird über die Bedingung:

$$\int_0^{t_c} \int_0^{t_c} \int_0^{t_c} p_3(\lambda_1) dt_1 dt_2 dt_3 \tag{A.2}$$

festgelegt.

A.3 Bestimmung der Untergrundrate

Die Bestimmung der Untergrundrate geschieht, indem man einen gesonderter Datensatz erzeugt, der keine tatsächlichen Korrelationen mehr enthält. Faktisch wird die Zeitsignatur aller Implantationen um zehn Sekunden, entsprechend der verwendeten Korrelationszeit, nach vorn verschoben. Diese „virtuellen Implantationen“ ereignen sich also zeitlich vor den Tatsächlichen. Ein Ereignis wird demnach zehn Sekunden eher erfasst, als es tatsächlich eingetreten ist. Dadurch erzeugt die Anwendung der zuvor verwendeten Auswerterroutine Zerfallsketten für jede Implantation, die ausschliesslich aus Ereignissen besteht, die mit dem implantierten Mutterkern nichts zu tun haben können, da letzterer in der Realität erst später eintreffen wird. Man stellt somit sicher, dass alle gemessenen Zerfälle Untergrundeignisse sind. Zählt man all diese Untergrundeignisse für einen bestimmten Streifen und teilt diese Zahl durch die Zahl der Implantationen in diesem Teil des Detektors, multipliziert mit der Korrelationszeit, so erhält man eine Untergrundrate für das betreffende Detektorsegment.



Literaturverzeichnis

- [1] Kerne und Sterne, H. Oberhummer, Johann Ambrosius Barth Verlag, 1993.
- [2] <http://pluslucis.univie.ac.at/FBA/FBA99/Neho/images/image29.jpg>, 15. Januar 2006.
- [3] E.M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, F. Hoyle, Rev. Mod. Phys. 29 (1957), 547.
- [4] Kern-, Teilchen- und Astrophysik, W. Demtröder, Springer Verlag, 1998.
- [5] <http://i115srv.vu-wien.ac.at/physik/ws95/w9560dir/w9562u10.gif>, 13. Januar 2006.
- [6] H.E. Suess, H.C. Urey, Reviews of Modern Physics 28 (1956), 53.
- [7] Cauldrons in the Cosmos, C. E. Rolfs and W. S. Rodney, The University of Chicago Press, 1988.
- [8] http://nrumiano.free.fr/Images/cno_cycle.gif, 05. Januar 2006.
- [9] <http://www.uni-bayreuth.de/departments/didaktikchemie/umat/elemententstehung/tripel-alpha-prozess.jpg>, 13. November 2005.
- [10] http://homepage.smc.edu/balm_simon/images/astro%201a/post_ms_high_mass, 13. Oktober 2005.
- [11] C.R. Brune, unpublished, arXiv:astro-ph/0502588 v1 28 Feb 2005.
- [12] M. Heil, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6783, (2002).
- [13] F. Käppeler, H. Beer, K. Wisshak, Rep. Prog. Phys. 52 (1989), 945.
- [14] F. Kaeppler, Progress in Particle and Nuclear Physics 43 (1999), 419.
- [15] D. Galaviz Redondo, Doktorarbeit, TU Darmstadt, 2004.

- [16] H. Schatz et al., Phys. Rep. 294 (1998), 167.
- [17] Kernphysik, T. Mayer-Kuckuk, Teubner Verlag, 2002.
- [18] O. Arndt, Diplomarbeit, Uni Mainz, 2003.
- [19] W. Boehmer, Doktorarbeit, Uni Mainz, 1996.
- [20] D. Lunney, J.M. Pearson, C. Thibault, Reviews of Modern Physics 75 (2003), 1021.
- [21] P. Möller and J.R. Nix, Atomic Data and Nuclear Data Tables 39 (1988), 213.
- [22] P. Möller, J.R. Nix et al, Atomic Data and Nuclear Data Tables 59 (1995), 185.
- [23] H.A. Bethe, R.F. Bacher, Rev. Mod. Phys. 8 (1936), 82.
- [24] I. Hamamoto, Nucl. Phys. 62 (1965), 49.
- [25] J.A. Halbleib, R.A.Sorensen, Nucl. Phys. A98 (1967), 592.
- [26] J. Krumlinde, P. Möller, Nucl. Phys. A417 (1984), 419.
- [27] P. Möller, J. Randrup, Nucl. Phys. A536 (1990), 1.
- [28] The nuclear shell model, K.L.G. Heyde, Springer Verlag, 1990.
- [64] B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, P. Moeller, unpublished, arXiv:nucl-ex/0106020 v1 (2001)
- [30] Physics of the Nucleus, M.A. Preston, Addison-Wesley, 1962.
- [31] M. Bernas et al., Phys. Let. B331 (1994), 19.
- [32] http://www.cerncourier.com/objects/2004/cernnup3_4-04.jpg, 30. Januar 2006.
- [33] K.-L. Kratz et al, J. Phys. G: Nucl. Phys. 14 (1988) , S331.
- [34] P. Möller, J.R. Nix, K.-L. Kratz, Atomic Data and Nuclear Data Tables 66 (1997), 131.
- [35] K.-L. Kratz, P. Moeller, B. Pfeiffer, Astrophys. J. 403 (1993), 216.
- [36] A.G.W. Cameron, J.J. Cowan, J.W. Truran, Ap&SS 91 (1983), 235.
- [37] P.T. Hosmer, H. Schatz, et al., Phys. Rev. Let. 95 (2005), 112501.
- [38] I. Dillmann, K.-L.Kratz, et al, Phys. Rev. Let. 16 (2003), 91.
- [39] P. Möller, B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, Phys. Rev. C67 (2003), 055802.

- [40] K.-L. Kratz, et al., unpublished, arXiv:astro-ph/9907071 v1, 6 Jul 1999.
- [41] J. Dobaczewski, I. Hamamoto, W. Nazarewicz, J.A. Sheikh, Phys. Rev. Lett. 72 (1994), 981.
- [42] B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, J. Dobaczewski, P. Moller, Acta Physica Polonica B27 (1996), 475.
- [43] B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, F.-K. Thielemann, Jahresbericht, Inst. f. Kernchemie, Uni Mainz (1996).
- [76] J.J. Cowan et al., Astrophysical Journal 521 (1999), 194.
- [45] C. Sneden et al., Ap. J. 467 (1996), 819.
- [46] L.R. Nittler, R. Coswik, Phys. Rev. Lett. 78 (1997), 175.
- [55] K.-L. Kratz, J. Goerres, B. Pfeiffer, M. Wiescher, Journal of Radioanalytical and nuclear chemistry 243 (2000), 133.
- [48] S.E. Woosley, E. Baron, Astrophys. J 391 (1992), 228.
- [49] K. Takahashi et al., Astron. Astrophys. 286 (1994), 857.
- [50] Y.-Z. Qian et al., Phys. Rev. Lett. 71 (1993) , 1965.
- [51] J.M. Lattimer, D.N. Schramm, Astrophys. J. 210 (1976), 549.
- [52] B.S. Meyer, Astron. Astrophys. 343 (1989), 254.
- [53] C. Freiburghaus et al., Astrophys. J. 525 (1999), 121.
- [54] Origin of Elements in the Solar System: Implications of Post 1957 Observations, Kluwer Academic/Plenum
- [55] K.-L. Kratz, J. Goerres, B. Pfeiffer, M. Wiescher, Journal of Radioanalytical and nuclear chemistry 243 (2000), 133.
- [56] K. Farouqi, Doktorarbeit, Uni Mainz, 2005.
- [57] J.J. Cowan, C. Sneden, unpublished, arXiv: stro-ph/0309802 v1 (2003).
- [58] G.J. Wasserburg, M. Busso, R. Gallino, ApJ 466 (1996), L109.
- [59] J.W. Truran, J.J. Cowan, C.A. Pilachowski, C. Sneden, PASP 114 (2002), 1293.
- [60] G.J. Wasserburg, Y.-Z. Qian, ApJ 529 (2000), L21.
- [61] G. Audi, A.H. Wapstra, Nucl. Phys. A595 (1995), 409.

- [62] Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, W.R. Leo, Springer Verlag, 1994..
- [63] J. Shergur et al., Phys. Rev. C65 (2002), 034313.
- [64] B. Pfeiffer, K.-L. Kratz, P. Moeller, unpublished, arXiv:nucl-ex/0106020 v1 (2001)
- [65] Datenanalyse, S. Brandt, Spektrum Akademischer Verlag, 1999.
- [66] R. Schneider, Doktorarbeit, TU Muenchen, 1996.
- [67] A. Stuart, A. K. Ord, Kendalls Advanced Theory of Statistics, Oxford University Press, 1991.
- [68] A. Stolz, Doktorarbeit, TU Muenchen, 2001.
- [69] <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>, Januar 2006.
- [70] G. Audi et al., Nucl. Phys. A729 (2003), 3.
- [71] Y. Aboussir et al. At. Data and Nucl. Data Tables 61 (1995), 127.
- [72] J.M. Pearson et al., Phys. Lett. B387 (1996), 455.
- [73] S. Goriely, M. Samyn, J.M.Pearson, M. Onsi, Nucl. Phys. A750 (2005), 425.
- [74] J. R. Stone, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 31 (2005), R211-R230.
- [75] K.-L. Kratz, B. Pfeiffer, R-process signatures, Workshop on Nuclear Structure and Dynamics at the Limits, Hirschegg,
- [76] J.J. Cowan et al., unpublished, arXiv:astro-ph/9808272 v2 (1999).
- [77] P.T. Hosmer, Doktorarbeit, Michigan State University, 2005.
- [78] C.v. Weizsäcker, Physik. Zeitschrift 39 (1938), 639.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen meinen Dank aussprechen, die diese Arbeit ermöglichen und somit am letzten Teil meines Studiums Ihren Anteil hatten.

Ich danke Prof. Karl-Ludwig Kratz für die Möglichkeit, diese Arbeit in einem so interessanten Gebiet anfertigen zu können. Ich habe viel von der Welt gesehen und Einblicke in alle für die Nukleare Astrophysik relevanten Bereiche erhalten können. Seine Tür stand stets offen, wenn Fragen geduldig ertragen werden mussten und Antworten nötig waren.

Ebenso danke ich Prof. Hendrik Schatz für die Chance, am NSCL arbeiten und ein spannendes Experiment auswerten zu können. Mein Aufenthalt in den USA hat mir nicht nur fachlich viel gebracht, sondern mir auch die Chance gegeben, tolle Menschen zu treffen und das Leben in Michigan kennenzulernen.

My special thanks to Dr. Jorge Pereira for his help, time and patience. Without you I certainly wouldn't have been able to do anything with this set of data. The funny times with you at work as well as in the pub together with you funny theories made my time in the US worth coming back.

Ich danke Dr. Bernd Pfeiffer für seine Hilfe, nicht nur bei allem, was mit QRPA zu tun hat und was ohne sein Zutun nicht möglich gewesen wäre, sondern auch für seine Antworten zu Fragen der Kern- und Astrophysik.

Ein besonderer Dank geht an Florian Schertz für seine ständige Hilfsbereitschaft und Ansprechbarkeit. Wir sind den langen Weg zusammen gegangen und konnten alles besprechen, was es zu entscheiden und zu bewältigen galt. Nicht nur im letzten Jahr.

Ebenso danke ich Sascha Falahat und Timo Griesel, nicht nur für die vielen Antworten zu Computern und Latex. Wir vier saßen im gleichen Boot und es war ein gutes Gefühl, einer solchen Unterstützung gewiss zu sein.

Natürlich möchte ich auch dem Rest der Arbeitsgruppe K.-L. Kratz für die gute Stimmung und Hilfestellungen jeglicher Art danken.

Furthermore, I want to thank the whole group of Hendrik Schatz at the NSCL for the good time and every kind of help. Fernando, you answered every question, even though you thought it is stupid and you and Monica have become good friends. Daniel, Thom, Ed, Alfredo, Ana, Milan, Guisepe, it was good fun performing experiments with you guys. Alexander and Karl, you helped me saving much time, answering my questions about programming and computers.

Ich danke meiner Freundin Katja Gilberg für die Hilfe bei der Fehlersuche und vor allem für die Kraft, die Du mir gibst. Ohne Dich hätten ich die letzten beiden Jahre der Anspannung und der harten Arbeit so nicht bewältigen können.

Ebenso möchte ich meiner Schwester, Irina Kessler, danken. Abgesehen von den Korrekturen und den Anregungen zum Text hast Du stets ein offenes Ohr für all meine Probleme und Sorgen.

Ein besonderer Dank gilt meinen Eltern Gaby und Heinz Kessler. Ihr habt mir all dies hier ermöglicht, mich unterstützt und an mich geglaubt. Euer Vertrauen hat mich oft ermutigt und ich danke Euch für die Möglichkeit, diesen Weg zu gehen.

Und seit Jahren bin ich Matze Poltmann zu Dank verpflichtet für seine endlose und geduldige Hilfe zu allem, was mit Computern zu tun hat.

Stellvertretend für alle Freunde und besonderen Menschen, die ich im Verlauf meines Studiums kennen lernen durfte und die diese Zeit so lustig und angenehm gemacht haben, wie sie war, danke ich Dalibor Djukanovic und Christian Hacker.

Und für die finanzielle Unterstützung meiner Arbeit und aller Aktivitäten, an denen ich im letzten Jahr teilnehmen durfte, danke ich:

- dem Virtuelles Institut für Struktur der Kerne und Nuklearer Astrophysik (VI-STARS) der HFG
- dem National Superconducting Cyclotron Laboratory (NSCL) an der Michigan State University
- dem Joint Institut for Nuclear Astrophysics (JINA)

Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die aus fremden Quellen entnommenen Stellen als solche gekennzeichnet habe.

Mainz, den 31. Januar 2006

Ruben Kessler